

République Arabe d'Egypte
Ministère de L'Education et
de L'Enseignement et
L'Enseignement technique
Administration centrale des
affaires de livres

Mathématiques

premiére préparatoire

Premier semestre

Rédigé par
Gamal Fathy Abdel-Sattar

Traduction révisée par le
L'Institut Français d'Egypte
I.F.E

Révisé par
M .Gamal El Shahed
Conseiller pour les mathématiques

M. Fathi Ahmed Chehata

M. Adel Mohamed Hamza

M. Nasser Saad Zaghloul

2021 - 2022

Nom : ....

Ecole : ....

Adresse : ....

L'année : ....

Préface

Nous avons plaisir à présenter cet ouvrage destiné élèves de première préparatoire, dans le but de former une génération innovatrice, créative dans le domaine des sciences.

L'esprit humain a franchi les limites terrestres pour atteindre les horizons de l'espace : on capte en permanence par les satellites et l'internet l'actualité quotidienne ; grâce au progrès technologique, les sources d'apprentissage seront nombreuses et diverses, les moyens cognitifs plus efficaces, plus complexes et de plus de valeur.

La République Arabe d'Egypte, de par la richesse de sa civilisation, se doit de ne pas rester à la traîne des progrès et des découvertes scientifiques et de l'évolution technologique. On peut déjà mesurer combien, grâce à l'usage nouvelles technologies, notre système éducatif a progressé.

Ce manuel vise les objectifs suivants :

- approfondir la connaissance en mathématiques, qui utilisent les symboles à la place des nombres (comme l'étude des nombres entiers relatifs n'était pas suffisants pour résoudre les problèmes concrets).
- recourir aux images, aux formes et aux couleurs pour expliquer les concepts mathématiques et leurs propriétés.
- mettre en évidence la complémentarité entre les mathématiques et les autres matières.
- mettre l'élève dans des situations d'apprentissage propices à l'acquisition de compétences de résolution des problèmes.
- donner à l'élève la possibilité de déduire lui-même les connaissances.
- intégrer dans le manuel des activités concrètes et éducatives en lien avec l'environnement, la santé, la population ainsi que les valeurs de droits de l'homme, d'égalité, de justice et l'attachement à la patrie.
- inclure des exercices d'évaluation à la fin de chaque leçon, un test à la fin de chaque unité et des tests généraux en fin d'ouvrage.
- proposer des modèles de documents à intégrer au portfolio pour valider l'évaluation générale.
- utiliser les nouvelles technologies.

Ce manuel comporte quatre unités

Unité 1: les nombres.

Elle vise la présentation des caractéristiques des nombres, des méthodes de leur représentation, la réalisation des opérations et les relations entre elles.

Unité 2: L'algèbre.

Elle définit les termes et expressions algébriques et fait des opérations sur elles.

Unité 3: la géométrie et la mesure

Elle se développe autour du traçage des figures géométriques en deux et trois dimensions, elle explique leurs propriétés et analyse les relations entre elles.

Unité 4: les statistiques

Elle vise à regrouper, gérer et représenter les données, pour répondre à certaines questions et évaluer les interprétations et prévisions résultant l'analyse de données.

La rédaction des chapitres se veut très simple, avec un maximum d'exercices divers afin de donner aux élèves la possibilité d'exercer leur faculté de penser et leur créativité.

L'auteur

Symboles mathématiques utilisés

les symboles	Se lit
$X = \{......., ..., ...\}$	L'ensemble X est égal à
$\varnothing$ et $\{ \}$	Ensemble vide
$\in$	Appartient à, est élément de, est dans
$\notin$	N'appartient pas, n'est pas élément de, n'est pas dans
$\subset$	Est un sous-ensemble (une partie) de ..., est inclus dans...
$\not\subset$	N'est pas inclus dans...
$X \cap Y = \{ a : a \in X \text{ et } a \in Y \}$	«Intersection de X et de Y», «X inter Y» X $\cap$ Y désigne l'ensemble des éléments qui appartiennent à la fois à x et à y
$X \cup Y = \{ a : a \in X \text{ ou } a \in Y \}$	« Réunion de X et de Y», «X union Y» X $\cup$ Y désigne l'ensemble qui contient tous les éléments de X et de Y et seulement ceux-là
N	Ensemble des entiers naturels { 0, 1, 2, ...}
Z	Ensemble des entiers relatifs {..., -2, -1, 0, 1, 2, ...}
Z_+	Ensemble des entiers relatifs positifs { 1, 2, 3, ...}
Z_-	Ensemble des entiers relatifs négatifs { -1, -2, -3, ...}

les symboles	Se lit
$\leq$	Est inférieur ou égal à
$\geq$	Est supérieur ou égal à
$\neq$	N'est pas égal
$\lvert a \rvert$	Valeur absolue de a
(a , b)	Le couple (a ; b)
$a \times a \times \ldots$ à n facteurs $= a^n$	(a) puissance n
$\sqrt{a}$	Racine carrée de a
//	Parallèle à
$\perp$	Perpendiculaire à
$\triangle$	Triangle
$\because$	Puisque
$\therefore$	Donc
$\llcorner$	Angle droit
$\overline{AB}$	Le segment AB
$\overrightarrow{AB}$	La demi-droite AB
$\overleftrightarrow{AB}$	La droite AB
$\angle$	Angle
$\equiv$	Superposable

Sommaire

Unité 1: les nombres

Introduction
Leçon 1 : Les nombres rationnels 2
Leçon 2 : Comparaison et ordre dans Q 6
Leçon 3 : Addition des nombres rationnels 9
Leçon 4 : Propriétés de l'addition dans Q 12
Leçon 5 : Soustraction des nombres rationnels 15
Leçon 6 : Multiplication des nombres rationnels 16
Leçon 7 : Propriétés de la multiplication dans Q 18
Leçon 8 : Division des nombres rationnels 21

Unité 2: Algèbre

Leçon 1 : Termes et expressions algébriques 31
Leçon 2 : Termes semblables 33
Leçon 3 : Multiplication et division des termes algébriques 35
Leçon 4 : Addition et soustraction des expressions algébriques 39
Leçon 5 : Multiplication d'un terme par une expression algébrique 41
Leçon 6 : Multiplication d'une expression algébrique par une autre 43
Leçon 7 : Division d'une expression algébrique par un terme 49
Leçon 8 : Division d'une expression algébriqe par une autre 51
Leçon 9 : Factorisation par le PGCD 53

Unité 3: Statistiques

Leçon 1 : Lecture et analyse des données et les représentation graphiquement 63
Leçon 2 : (Le mode - La médiane- La moyenne arthmétique) 67

Unité 4: Géométrie et mesure

Leçon 1 : Notions géométriques 71
Leçon 2 : Superposition 78
Leçon 3 : Superposition des triangles 80
Leçon 4 : Paralléisme 90
Leçon 5 : Constructions géométriques 99

Exercices généraux 109

Unité 1 Les nombres

Mohammed ben Ahmed Aboualrihan El Baironn

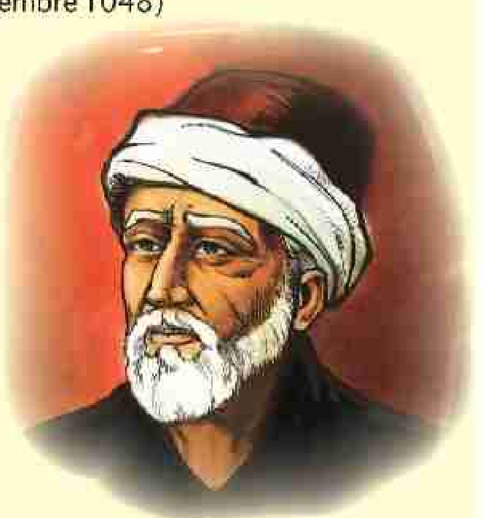
(né le 15 septembre 973 et décédé en 13 décembre 1048)

El Baironni, un des célébres mathématiciens arabes a relevé que les lettres et les chiffres sont différents d'une région à l'autre en Inde. Il a ajouté que les arabes ont retenu les meilleurs de ces chiffres et les ont répartis en deux séries:

Les chiffres indiens qui sont utilisés en orient:

0;9;8;7;6;5;4;3;2;1

Les chiffres 1;2;3;4;5;6;7;8;9;0 sont appelés «Ghobar» et sont utilisés au Maghreb.



Leçons de l'unité 1

Leçon 1 : Les nombres rationnels.
Leçon 2 : Comparaison et ordre des nombres rationnels.
Leçon 3 : Addition des nombres rationnels.
Leçon 4 : Propriétés de l'addition des nombres rationnels.
Leçon 5 : Soustraction des nombres rationnels.
Leçon 6 : Multiplication des nombres rationnels.
Leçon 7 : Propriétés de la multiplication des nombres rationnels.
Leçon 8 : Division des nombres rationnels.

- Application sur les nombres rationnels.
- Exercices variés.
- Activité de l'unité.
- Epreuve de l'unité.

Leçon 1

Les nombres rationnels

On sait que

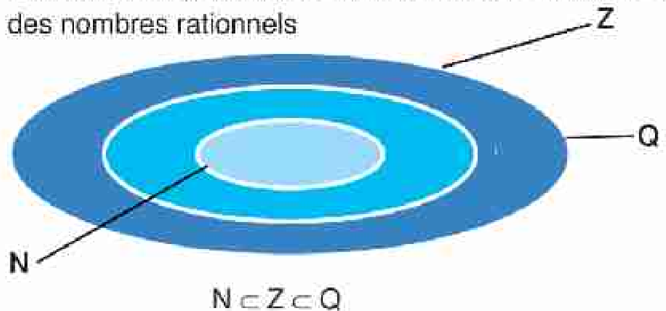
- $2 = \frac{2}{1} \longrightarrow \frac{a}{b}$; $2 \in Z$
- $0 = \frac{0}{1} \longrightarrow \frac{a}{b}$; $0 \in Z$
- $-1 = -\frac{1}{1} \longrightarrow -\frac{a}{b}$; $-1 \in Z$
- $-1\frac{3}{4} = -\frac{7}{4} \longrightarrow -\frac{a}{b}$; $-1\frac{3}{4} \notin Z$
- $-1.25 = -\frac{5}{4} \longrightarrow -\frac{a}{b}$; $-1,25 \notin Z$

Un nombre rationnel peut être écrit sous la forme $\frac{a}{b}$ où a et b sont des nombres entiers relatifs et $b \neq 0$

L'ensemble des nombres rationnels

$Q = \{x : x = \frac{a}{b}; a; b \in Z; b \neq 0\}$

L'ensemble des nombres entiers relatifs est inclus dans l'ensemble des nombres rationnels

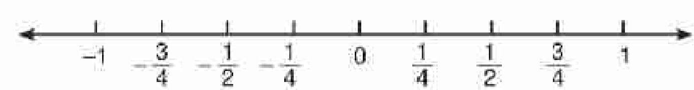


$Z \subset Q$

Z est sous ensemble de Q

$N \subset Z \subset Q$

On peut représenter l'ensemble des nombres rationnels sur une droite numérique



Le point milieu du segment entre 0 et 1 représente le nombre rationnel $\frac{1}{2}$ qui se lit **plus demi**

Le point milieu du segment entre 0 et −1 représente le nombre rationnel $-\frac{1}{2}$ qui se lit **moins demi**

Exemple 1:

Mets les nombres suivants sous la forme la plus simple $\frac{a}{b}$ où $a \in Z$, $b \in Z$ et $b \neq 0$.

(a) $\left| -9\frac{1}{3} \right|$ (b) 0,15 (c) 40 %

Solution :

(a) $\left|-9\frac{1}{3}\right| = 9\frac{1}{3} = \frac{28}{3}$

(b) $0,15 = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$

(c) $40\ \% = \frac{40}{100} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

Exemple 2:

Mets les nombres suivants sous la forme d'un nombre décimal, puis sous la forme du pourcentage :

(a) $\frac{16}{25}$ (b) $\left| -2\frac{1}{4} \right|$ (c) $\frac{25}{8}$

Solution :

(a) $\frac{16}{25} = \frac{16 \times 4}{25 \times 4} = \frac{64}{100} = 0,64 = 64\ \%$

(b) $\left| -2\frac{1}{4} \right| = \frac{9}{4} = 2,25 = 225\ \%$

(c) $\frac{25}{8} = 3\frac{1}{8} = 3,125 = 312,5\ \%$

Formes différentes d'un nombre rationnel

- des nombres rationnels comme $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{5}$ sous forme des nombres décimaux.

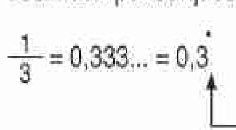
  $\frac{3}{4} = 0{,}75 = 0{,}750 = ...$ $\qquad$ $\frac{7}{5} = \frac{14}{10} = 1{,}4 = 1{,}40 = ...$

  on peut écrire une infinité de décimales

- Ecriture des nombres rationnels comme $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{5}$ sous forme des pourcentages

  $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 75\%$ $\qquad$ $\frac{7}{5} = \frac{7 \times 20}{5 \times 20} = \frac{140}{100} = 140\%$

- Ecriture des nombres rationnels comme $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{11}$ sous forme des nombres décimaux périodiques.



$\frac{1}{3} = 0{,}333... = 0{,}\dot{3}$

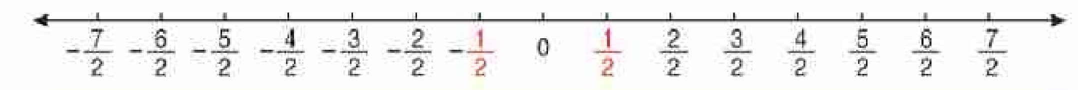


$\frac{2}{11} = 0{,}1818... = 0{,}\dot{1}\dot{8}$

Le point indique le chiffre qui se répète

Exercices (1-1)

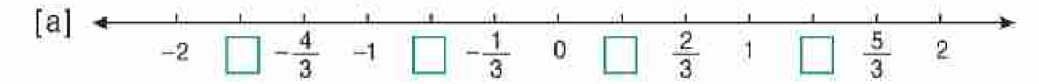
1 **Complète le tableau à l'aide de la droite numérique ci-dessous :**



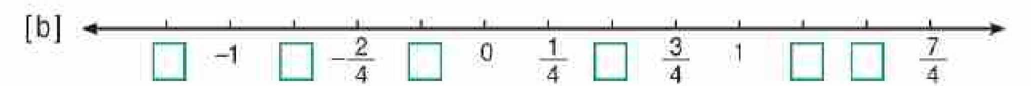
Nombre rationnel	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{2}$	$-\frac{5}{2}$	$\frac{7}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{7}{2}$	$\frac{2}{2}$	$-\frac{6}{2}$	$\frac{6}{2}$
Son opposé	$-\frac{1}{2}$									

2 **Complète les nombres rationnels qui sont sur la droite numérique ci-dessous :**

[a]



[b]



3 **Mets des flèches pour exprimer les nombres rationnels sur la droite numérique ci-dessous :**

Exemple : $-\frac{5}{2}$

Réponse :

-3 $-\frac{5}{2}$ -2 $-\frac{3}{2}$ -1 $-\frac{1}{2}$ 0

[a] $\frac{1}{3}$ [c] $-\frac{4}{5}$ [e] $1\frac{1}{5}$

[b] $-\frac{1}{3}$ [d] $-3\frac{1}{2}$ [f] $-\frac{1}{2}$

4 **Mets le signe (✓) devant les propositions vraies et le signe (✗) devant celles qui sont fausses en justifiant la réponse :**

[a] Le nombre $\frac{1}{3}$ est entier naturel. ( )

[b] Le nombre $-\frac{1}{3}$ est entier relatif. ( )

[c] Le nombre $12\frac{5}{6}$ est rationnel. ( )

[d] Le nombre 6,5 est rationnel. ( )

[e] Le nombre zéro n'est ni rationnel positif ni rationnel négatif. ( )

[f] Le nombre zéro est un élément de l'ensemble des nombres qui servent à compter. ( )

5 [a] Dans la définition d'un nombre rationnel $\frac{a}{b}$ pourquoi on écrit $b \neq 0$?

[b] lequel des nombres $\frac{7}{15}$; $\frac{7}{20}$ peut être écrits sous forme d'un décimal fini ?

[c] Mets les nombres rationnels suivants sous forme d'un nombre décimal :

1) $\frac{6}{11}$ 2) $-3\frac{1}{15}$

[d] Mets les nombres suivants sous la forme la plus simple :

$|-3\frac{1}{2}|$; $|\frac{5}{8}|$; $|-0,37|$; $|-0,2|$; $|-\frac{1}{3}|$

6 **Mets les nombres suivants sous forme $\frac{a}{b}$ où a et b sont entiers relatifs $b \neq 0$:**

[a] 0,4 [c] 0,30 [e] $8\frac{2}{3}$

[b] 0,75 [d] Zéro [f] −0,01

7 **Mets les nombres suivants sous forme d'un nombre rationnel, pourcentage :**

[a] $\frac{1}{6}$ [c] $7\frac{3}{16}$

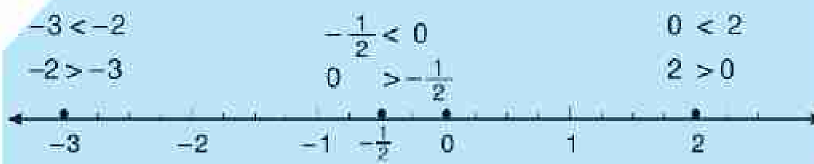
[b] $2\frac{1}{2}$ [d] $-\frac{3}{20}$

Leçon 2 — Comparaison et ordre dans Q

Droite numérique

$-3 < -2$ $\quad$ $-\frac{1}{2} < 0$ $\quad$ $0 < 2$

$-2 > -3$ $\quad$ $0 > -\frac{1}{2}$ $\quad$ $2 > 0$



Si le point représentant le nombre rationnel «a» est situé à gauche du nombre rationnel b, alors

$a < b$ (inférieur à) ou $b > a$ (supérieur à)

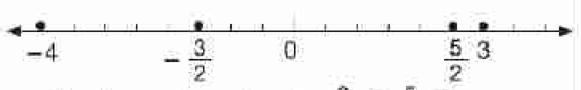
L'ordre croissant des nombres rationnels -3 ; 0 ; 2 ; $-\frac{1}{2}$ est -3 ; $-\frac{1}{2}$; 0 ; 2

L'ordre décroissant des nombres rationnels -3 ; 0 ; 2 ; $-\frac{1}{2}$ est 2 ; 0 ; $-\frac{1}{2}$; -3

Exemple 1

Représente les nombres rationnels suivants $3; -\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; 0; -4$ sur une droite numérique puis range les dans l'ordre croissant.

Solution



L'ordre croissant : $-4; -\frac{3}{2}; 0; \frac{5}{2}; 3$

Tu peux ranger les nombres rationnels selon leurs positions sur la droite numérique

Exemple 2

Quel est le plus grand $\frac{4}{7}$ ou $\frac{3}{5}$?

Solution

PPCM des dénominateurs 7 et 5 est 35

$$\frac{4}{7} = \frac{4 \times 5}{7 \times 5} = \frac{20}{35}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 7}{5 \times 7} = \frac{21}{35}$$

Puisque $21 > 20$, alors $\frac{21}{35} > \frac{20}{35}$

Le nombre rationnel $\frac{3}{7}$ est supérieur à $\frac{4}{7}$

Exemple 3

Quel est le plus grand $-\frac{2}{3}$ ou $-\frac{3}{4}$?

Solution

PPCM des dénominateurs 3 et 4 est 12

$$-\frac{2}{3} = -\frac{2 \times 4}{3 \times 4} -\frac{8}{12}$$

$$-\frac{3}{4} = -\frac{2 \times 4}{3 \times 4} = -\frac{9}{12}$$

Puisque $8 < 9$, alors $\frac{-8}{12} > \frac{-9}{12}$

Le nombre rationnel $-\frac{2}{3}$ est supérieur à $-\frac{3}{4}$

Densité des nombres rationnels

Exemple 4

Ecris trois nombres rationnels compris entre $\frac{4}{5}$ et $\frac{2}{3}$.

Solution

On réduit les deux nombres au même dénominateur

P.P.C.M des dénominateurs 5 et 3 est 15

$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{12}{15}$

$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$

⟶ Le nombre rationnel $\frac{11}{15}$ est compris entre les deux nombres $\frac{4}{5}$ et $\frac{2}{3}$

Car $\frac{10}{15} < \frac{11}{15} < \frac{12}{15}$

Pour déterminer trois nombres compris entre eux, on multiplie les numérateurs et les dénominateurs de deux nombres $\frac{12}{15}$ et $\frac{10}{15}$ par 2

$\frac{12}{15} = \frac{12 \times 2}{15 \times 2} = \frac{24}{30}$

$\frac{10}{15} = \frac{10 \times 2}{15 \times 2} = \frac{20}{30}$

⟶ Les nombres demandés sont $\frac{21}{30}$; $\frac{22}{30}$; $\frac{23}{30}$

car $\frac{20}{30} < \frac{21}{30} < \frac{22}{30} < \frac{23}{30} < \frac{24}{30}$

On peut trouver d'autres nombres rationnels compris entre ces nombres en multipliant les numérateurs et les dénominateurs par des nombres comme ce qui précède.

(Ecris trois autres nombres rationnels compris entre $\frac{4}{5}$ et $\frac{2}{3}$)

Pour cela:

Il y a l'infinité des nombres rationnels compris entre deux nombres rationnels différents. Cette propriété est appelée la densité des nombres rationnels

Exercices (1-2)

1 **Mets le signe convenable (< ; > ; =) :**

[a] $-\frac{1}{2}$ $\square$ 0

[b] $-\frac{3}{4}$ $\square$ $\frac{1}{4}$

[c] $-4\frac{1}{2}$ $\square$ -5

[d] $4\frac{1}{2}$ $\square$ 5

[g] un nombre rationnel positif $\square$ zéro

[h] un nombre rationnel negatif $\square$ zéro

[i] $\left|-\frac{3}{2}\right|$ $\square$ $\frac{1}{2}$

[j] $\left|\frac{15}{2}\right|$ $\square$ $7\frac{1}{2}$

2 **Représente les sous ensembles suivants de Q sur une droite numérique puis range-les dans l'ordre croissant :**

[a] $\{0; 1; -2; 3\}$

[b] $\{1\frac{1}{2}; -2\frac{1}{2}; 0; 2\frac{1}{2}\}$

[c] $\{2\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -\frac{1}{4}; 1\}$

[d] $\{-6{,}5; -4; -5; -3{,}5\}$

3 **Quel est le plus grand ? (Justifie ta réponse) :**

[a] $\frac{4}{7}$ ou $\frac{2}{3}$

[b] $\frac{5}{6}$ ou $\frac{4}{5}$

[c] $-\frac{7}{9}$ ou $-\frac{11}{15}$

[d] $-\frac{8}{3}$ ou $-\frac{16}{7}$

4 **Complète :**

[a] $\frac{2}{5} < \square < \frac{3}{5}$

[b] $-\frac{2}{3} < \square < -\frac{1}{3}$

[c] $\frac{1}{8} < \square < \frac{1}{4}$

[d] $-\frac{2}{7} < \square < -\frac{3}{14}$

5 **Quel est le nombre rationnel qui est égal à $\frac{3}{5}$, et la somme de ses termes est 24?**

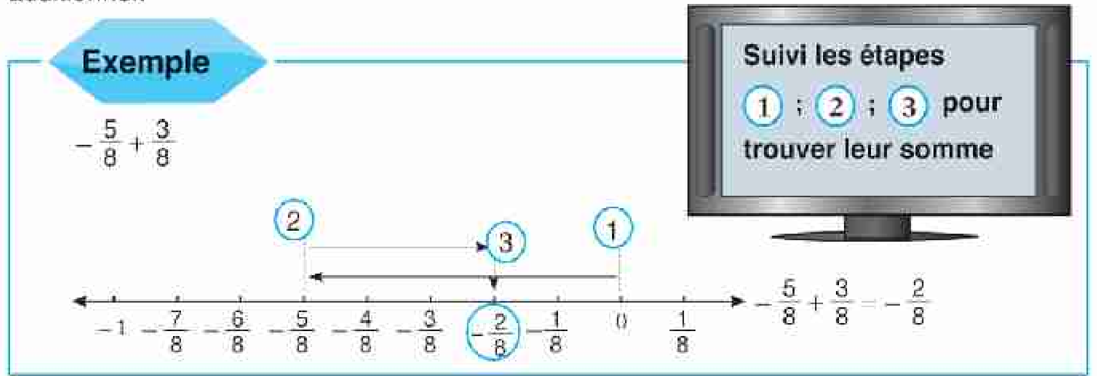
6 [a] Insère quatre nombres rationnels compris entre $\frac{3}{2}$ et $\frac{3}{4}$,de telle sorte qu'un parmi eux est entier relatif.

[b] Insère quatre nombres rationnels compris entre $\frac{4}{9}$ et $\frac{5}{6}$

Leçon 3

Addition des nombres rationnels

La représentation des nombres rationnels sur une droite numérique t'aide pour les additionner.



1 Complète :

[a] $-\frac{5}{4}$ -1 $-\frac{3}{4}$ $-\frac{2}{4}$ $-\frac{1}{4}$ 0 $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{4}$ 1

$\frac{3}{4}+(\quad)=$......

[b] -1 $-\frac{2}{3}$ $-\frac{1}{3}$ 0 $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ 1 $\frac{4}{3}$ $\frac{5}{3}$ 2

$(\quad)+$......$=$......

[c] $-\frac{7}{5}$ $-\frac{6}{5}$ -1 $-\frac{4}{5}$ $-\frac{3}{5}$ $-\frac{2}{5}$ $-\frac{1}{5}$ 0 $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$

$(\quad)+(\quad)=$......

[d] $-\frac{3}{10}$ $-\frac{2}{10}$ $-\frac{1}{10}$ 0 $\frac{1}{10}$ $\frac{2}{10}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{4}{10}$ $\frac{5}{10}$ $\frac{6}{10}$

......$=(\quad)+$......

2 Utilise une droite numérique pour additionner les nombres rationnels suivants :

a) $\frac{5}{8}+(-\frac{3}{8})$ b) $-\frac{1}{3}+\frac{5}{3}$ c) $-\frac{3}{4}+(-\frac{1}{4})$

Exemple 2

Calcule les sommes suivantes :

[a] $-\frac{4}{5} + (-\frac{3}{2})$

[b] $3\frac{1}{4} + (-2\frac{1}{3})$

Solution

[a] PPCM des dénominateurs 5 et 2 est 10

$$-\frac{4}{5} + (-\frac{3}{2}) = -(\frac{4 \times 2}{5 \times 2}) + (-\frac{3 \times 5}{2 \times 5})$$

$$= -\frac{8}{10} + (-\frac{15}{10})$$

$$= -\frac{23}{10}$$

[b] PPCM des dénominateurs **4** et 3 est 12

$$3\frac{1}{4} + (-2\frac{1}{3}) = 3\frac{1 \times 3}{4 \times 3} + (-2\frac{1 \times 4}{3 \times 4})$$

$$= 3\frac{3}{12} + (-2\frac{4}{12})$$

$$= 2\frac{15}{12} + (-2\frac{4}{12}) = \frac{11}{12}$$

Exemple 3

Calcule ce qui suit sous la forme la plus simple :

a) $1\frac{5}{8} + (-7\frac{3}{4})$ b) $\frac{1}{5} + (-4\frac{1}{3})$

Solution

a) Le P.P.C.M de 8 et de 4 est 8

$$= 1\frac{5}{8} + (-7\frac{3}{4}) = 1\frac{5}{8} + (-7\frac{3 \times 2}{4 \times 2})$$

$$= 1\frac{5}{8} + (-7\frac{6}{8})$$

$$= -6\frac{1}{8}$$

b) Le P.P.C.M de 5 et de 3 est 15

$$\frac{1}{5} + \left(-4\frac{1}{3}\right) = \frac{1 \times 3}{5 \times 3} + \left(-4\frac{1 \times 5}{3 \times 5}\right)$$

$$= \frac{3}{15} + \left(-4\frac{5}{15}\right)$$

$$= -4\frac{2}{15}$$

Exercices (1-3)

1 Détermine le signe des sommes suivantes :

[a] $-\frac{3}{4}+(-\frac{1}{4})$

[b] $\frac{6}{7}+(-\frac{3}{7})$

[c] $\frac{12}{2}+(-\frac{16}{4})$

[d] $\frac{4}{3}+(-\frac{4}{3})$

[e] $-\frac{1}{5}+\frac{3}{5}$

[f] $-\frac{10}{100}+(-\frac{1}{10})$

2 Calcule les sommes suivantes :

[a] $-\frac{3}{10}+(-\frac{2}{5})$

[b] $\frac{1}{4}+\frac{25}{8}$

[d] $-\frac{9}{12}+\frac{3}{16}$

[e] $\frac{19}{10}+(-\frac{39}{100})$

3 Calcule les sommes suivantes : Est-ce que la somme est un nombre rationnel ?

[a] $8\frac{2}{3}+(-5\frac{1}{6})$

[b] $-15\frac{1}{2}+2\frac{3}{8}$

[c] $\frac{1}{4}+2\frac{3}{8}$

[d] $-8\frac{1}{3}+(-4\frac{1}{12})$

[e] $4+(-9\frac{5}{8})$

[f] $-2+13\frac{3}{7}$

Leçon 4 Propriétés de l'addition dans Q

Complète

[a] $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=.....$

Est-ce que la somme est un nombre rationnel ?

[b] $-\frac{3}{5}+\frac{2}{5}=.....$;

$\frac{2}{5}+(-\frac{3}{5})=.....$

Est-ce que la somme change si l'on permute les deux nombres ?

[c] $(-\frac{5}{3}+\frac{2}{3})+\frac{1}{3}=(\quad)+\frac{1}{3}=.....$;

$-\frac{5}{3}+(\frac{2}{3}+\frac{1}{3})$

$=-\frac{5}{3}+.....=.....$

Est-ce que la somme change si l'on associe les deux nombres ?

[d] $-\frac{8}{3}+0=.....$;

$0+(-\frac{4}{7})=.....$

Est-ce que la somme change si l'on ajoute zéro ?

[e] $\frac{9}{8}+(-\frac{9}{8})$

Que remarques-tu ?

2 Donne un exemple pour chaque propriété de l'addition dans l'ensemble des nombres rationnels.

Pour n'importe quels nombres rationnels $\frac{a}{b}$; $\frac{c}{d}$; $\frac{e}{f}$ on a :

Propriété	Ecriture symbolique	Exemple
1- Inclusion	$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}\in Q$	Si $\frac{1}{2}$ et $2\in Q$ alors $\frac{1}{2}+2=....\in Q$
2 - Commutativité	$\frac{a}{d}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{d}$	
3 - Associativité	$(\frac{a}{b}+\frac{c}{d})+\frac{e}{f}=\frac{a}{b}+(\frac{c}{d}+\frac{e}{f})$ $=\frac{a}{b}+\frac{c}{d}+\frac{e}{f}$	
4 - Élément neutre	$\frac{a}{b}+0=0+\frac{a}{b}=\frac{a}{b}$	
5 - Existence de l'opposé	Pour n'importe quel nombre rationnel $\frac{a}{b}$; il existe un opposé $-\frac{a}{b}$ où $\frac{a}{b}+(-\frac{a}{b})=$ zéro	

- Quand on ajoute zéro à un nombre rationnel, sa valeur ne change pas.
- Zéro est l'élément neutre pour l'addition dans Q.
- L'opposé de zéro est le même.

Exemple 1

Calcule la valeur de ce qui suit indiquant la propriété utilisé :

[a] $\frac{5}{10} + (-\frac{7}{10})$ et $(-\frac{7}{10}) + \frac{5}{10}$

[b] $(\frac{1}{8} + \frac{3}{8}) + \frac{2}{8}$ et $\frac{1}{8} + (\frac{3}{8} + \frac{2}{8})$

[c] $\frac{4}{5} + (-\frac{4}{5})$ et $-\frac{5}{12} + \frac{5}{12}$

Solution

(a) $\frac{5}{10} + \frac{(-7)}{10} = \frac{-2}{10}$

$\frac{(-7)}{10} + \frac{5}{10} = \frac{-2}{10}$

$\frac{5}{10} + \frac{(-7)}{10} = \frac{(-7)}{10} + \frac{5}{10}$

Propriété de la commutativité

(b) $(\frac{1}{8} + \frac{3}{8}) + \frac{2}{8} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$\frac{1}{8} + (\frac{3}{8} + \frac{2}{8}) = \frac{1}{8} + \frac{5}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$(\frac{1}{8} + \frac{3}{8}) + \frac{2}{8} = \frac{1}{8} + (\frac{3}{8} + \frac{2}{8})$

Propriété de l'associativité

(c) $\frac{4}{5} + \frac{(-4)}{5} = \frac{4-4}{5} = 0$

$\frac{-5}{12} + \frac{5}{12} = \frac{-5+5}{12} = 0$

Propriété de l'opposé

Exercices (1-4)

1 **Indique la propriété utilisée de l'addition des nombres rationnels dans ce qui suit :**

[a] $\frac{7}{2} + \frac{9}{16} = \frac{9}{16} + \frac{7}{2}$

[b] $[\frac{2}{3} + (-\frac{1}{3})] + (-\frac{1}{6}) = \frac{2}{3} + [-\frac{1}{3} + (-\frac{1}{6})]$

[c] $\frac{3}{4} + (-\frac{3}{4}) = 0$

[d] $\frac{5}{8} + 0 = (\frac{5}{8})$

[e] $0 + (-\frac{3}{4}) = -\frac{3}{4}$

[f] $0 + (-31{,}5) = -31{,}5$

[g] $3{,}04 + (-0{,}7 + 9{,}7) = 3{,}04 + [9{,}7 + (-0{,}7)]$

[h] $-35{,}3 + 35{,}3 = 0$

2 **Effectue :**

[a] $\frac{4}{7} + 0$

[b] $0 + (-\frac{7}{10})$

[c] $[\frac{1}{4} + (-\frac{1}{4})] + \frac{3}{4}$

[d] $\frac{5}{6} + (-\frac{3}{6} + \frac{3}{6})$

[e] $[\frac{2}{9} + (-\frac{4}{9})] + (-\frac{3}{9})$

3 **Donne l'opposé de chacun des nombres rationnels suivants :**

[a] $\frac{3}{7}$

[b] $-\frac{4}{9}$

[c] Zéro

[d] -6

[e] $-2{,}3$

[f] $5{,}41$

4 **Complète :**

[a] $14\frac{1}{2} + (-11\frac{1}{2}) = \ldots\ldots + [11\frac{1}{2} + (-11\frac{1}{2})]$

[b] $\frac{3}{32} + (-\frac{17}{32}) = [\frac{3}{32} + (-\frac{3}{32})] + \ldots\ldots$

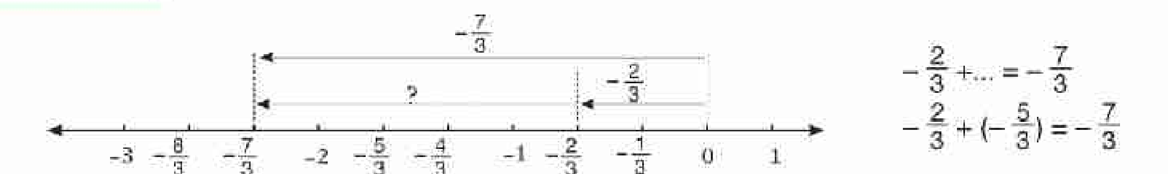
5 **Utilise les propriétés de l'addition des nombres rationnels pour faciliter le calcul en donnant les résultats sous la forme la plus simple :**

[a] $7\frac{1}{4} + (-11\frac{1}{4})$

[b] $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{3}{4}$

[c] $-13\frac{1}{8} + 7\frac{3}{8}$

Leçon 5 Soustraction des nombres rationnels



$-\frac{2}{3} + ... = -\frac{7}{3}$

$-\frac{2}{3} + (-\frac{5}{3}) = -\frac{7}{3}$

La différence $(\frac{a}{b} - \frac{c}{d})$ est égale à la somme de $\frac{a}{b}$ et de l'opposé de $\frac{c}{d}$: $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + (-\frac{c}{d})$

Exemple

Calcule les différences suivantes :

[a] $\frac{9}{2} - \frac{13}{4}$

[b] $-3\frac{2}{3} - 2\frac{5}{6}$

Solution

[a] PPCM des dénominateurs 2 et 4 est 4

$\frac{9}{2} - \frac{13}{4} = \frac{9 \times 2}{2 \times 2} + (-\frac{13}{4})$

$= \frac{18}{4} + (-\frac{13}{4})$

$= \frac{5}{4}$

[b] PPCM des dénominateurs 3 et 6 est 6

$-3\frac{2}{3} - 2\frac{5}{6} = -3\frac{2 \times 2}{3 \times 2} + (-2\frac{5}{6})$

$= -3\frac{4}{6} + (-2\frac{5}{6})$

$= -5\frac{9}{6} = -5\frac{3}{2} = -6\frac{1}{2}$

Exercices (1-5)

1 **Mets le signe (✓) devant les propositions vraies et le signe (✗) devant celles qui sont fausses :**

[a] $\frac{9}{16} - (-\frac{3}{4}) = \frac{9}{16} + (-\frac{3}{4})$

[b] $-3\frac{1}{6} - (-7\frac{1}{12}) = -3\frac{1}{6} + 7\frac{1}{12}$

[c] $0 - (-\frac{13}{5}) = \frac{13}{5}$

[d] $-\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = -\frac{3}{4} + \frac{2}{5}$

2 **Calcule les différences suivantes :**

[a] $1\frac{3}{4} - (-2\frac{1}{2})$

[b] $-10\frac{7}{8} - (-4\frac{5}{8})$

[c] $0 - (-\frac{17}{4})$

[d] $6\frac{2}{3} - 3\frac{1}{6}$

[e] $-\frac{3}{5} - \frac{9}{5}$

[f] $-2\frac{1}{2} - 12\frac{1}{16}$

Leçon 6

Multiplication des nombres rationnels

Produit de deux nombres rationnels

Pour trouver le produit de deux nombres rationnelel, il faut multiplier les numèrateurs et multiplier les dénominateurs

$\frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{2 \times 4}{5 \times 3} = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\qquad -\frac{2}{3} \times \frac{6}{7} = -\frac{2 \times 6}{3 \times 7} = \frac{\cdots}{\cdots}$

Soient $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ deux nombres rationnels; $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

Exemple I:

Calcule les produits suivants :

(a) $\frac{2}{5} \times \frac{4}{3}$ $\qquad$ (b) $\frac{3}{7} \times \frac{(-4)}{5}$

(c) $\frac{-2}{9} \times \left(\frac{-1}{9}\right)$

Solution :

(a) $\frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{2 \times 4}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$

(b) $\frac{3}{7} \times \frac{(-4)}{5} = \frac{3 \times (-4)}{7 \times 5} = \frac{-12}{35}$

(c) $\frac{-2}{9} \times \left(\frac{-1}{9}\right) = \frac{-2 \times (-1)}{9 \times 9} = \frac{2}{81}$

Exercices (1-6)

(1) Calcule la valeur de ce qui suit :

(a) $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7}$

(b) $-\frac{3}{8} \times \left(-\frac{5}{3}\right)$

(c) $\frac{4}{5} \times \left(-\frac{3}{7}\right)$

(d) $-4\frac{2}{7} \times \left(-5\frac{1}{6}\right)$

(e) $-2\frac{2}{3} \times \frac{5}{8}$

(f) $3\frac{1}{8} \times \left(-4\frac{1}{5}\right)$

(2) Détermine le résultat de ce qui suit :

(a) $1\frac{1}{2} \times \frac{4}{5}$

(b) $-\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{9}$

(c) $\frac{5}{6} \times \left(-1\frac{1}{15}\right)$

(d) $2\frac{3}{7} \times \frac{7}{17}$

(3) Détermine le résultat de ce qui suit :

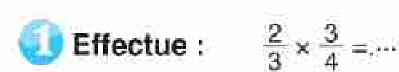
(a) $\left|-\frac{3}{7}\right| \times \left(\frac{-4}{3}\right)$

(b) $\left|-1\frac{1}{2}\right| \times \left|-\frac{5}{3}\right|$

(c) $2\frac{3}{4} \times \left(-3\frac{1}{5}\right)$

(d) $-4\frac{2}{7} \times \left(-8\frac{1}{2}\right)$

Leçon 7 — Propriétés de la multiplication dans Q



1 Effectue : $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = ...$

Le produit est-il nombre rationnel ?

2 Complète le tableau suivant :

● × ▲	▲	●	▲ × ●
....	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{5}$	....
....	$-\frac{4}{7}$	$-\frac{1}{3}$	....

Est-ce que le produit change si l'on permute les deux nombres ?

3 Complète :

[a] $[-\frac{2}{5} \times (-\frac{3}{4})] \times \frac{1}{3} = \frac{....}{20} \times \frac{1}{3} = \frac{....}{60}$

$-\frac{2}{5} \times (-\frac{3}{4} \times \frac{1}{3}) = -\frac{2}{5} \times \frac{....}{12} = \frac{....}{60}$

Est-ce que le produit change si l'on associe deux nombres ?

[b] $-\frac{3}{5} \times 1 = ...$; $1 \times (-\frac{7}{8}) = ...$

Est-ce que le produit change si l'on multiplie par 1 ?

[c] $\frac{5}{9} \times \frac{9}{5} = ...$; $\frac{7}{3} \times (-\frac{3}{7}) = ...$

Que remarques-tu?

[d] $-\frac{1}{2} \times [\frac{3}{7} + (-\frac{2}{7})] = -\frac{1}{2} \times \frac{....}{7}$

$-\frac{1}{2} \times \frac{3}{7} + [(-\frac{1}{2}) \times (-\frac{2}{7})] = \frac{....}{14} \times \frac{....}{14} = \frac{....}{14}$

Que remarques-tu?

4 Donne un exemple pour chaque propriété de la multiplication dans l'ensemble des nombres rationnels.

Pour n'importe quels nombres rationnels $\frac{a}{b}$; $\frac{c}{d}$; $\frac{e}{f}$ on a :

Propriété	Ecriture symbolique	Exemple
1- Inclusion	$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \in Q$	Si $-\frac{1}{4}$ et $-\frac{2}{3} \in Q$ alors $-\frac{1}{4} \times (-\frac{2}{3}) = ... \in Q$
2 - Commutativité	$\frac{a}{d} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{d}$	
3 - Associativité	$(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}) \times \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \times (\frac{c}{d} + \frac{e}{f})$ $= \frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$	
4 - Élément neutre	$\frac{a}{d} \times 1 = 1 \times \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$	
5 - Existence de l'inverse	Pour n'importe quel nombre rationnel $\frac{a}{b} \neq 0$; il existe un inverse $\frac{b}{a}$ où : $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$	
6 - Distribution de la multiplication par rapport à l'addition	$\frac{a}{b} \times (\frac{c}{d} + \frac{e}{f}) =$ $(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}) + (\frac{a}{b} \times \frac{e}{f})$	

- **Quand on multiplie 1 par un nombre rationnel, sa valeur ne change pas.**
- **Quand on multiplie zéro par un nombre rationnel, son produit est égal à zéro.**
- **Le nombre 1 est l'élément neutre pour la multiplication dans Q.**
- **L'inverse de zéro n'existe pas car $\frac{1}{0}$ n'a pas de sens.**

Exercices (1-7)

1 **Indique la propriété utilisée de la multiplication des nombres rationnels dans ce qui suit :**

[a] $-\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times (-\frac{1}{2})$

[b] $-\frac{3}{7} \times (-\frac{7}{3}) = 1$

[c] $-\frac{7}{20} \times (\frac{5}{2} \times 4) = (\frac{5}{2} \times 4)(-\frac{7}{20})$

[d] $\frac{5}{4} \times 1 = \frac{5}{4}$

[e] $0,8 \times 0 = 0$

2 **Complète :**

[a] $\frac{2}{3} \times (-\frac{4}{5}) = -\frac{4}{5} \times ....$

[b] $\frac{2}{3}(2 + \frac{1}{2}) = \frac{2}{3} \times 2 + \frac{2}{3} \times ....$

[c] $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = ...$

[d] $-\frac{4}{11} \times .... = 1$

[e] le nombre rationnel qui n'a pas d'inverse est...?

3 **Trouve la valeur de x dans ce qui suit :**

[a] $\frac{3}{5} \times n = -\frac{4}{5} \times \frac{3}{5}$

[b] $\frac{5}{7} \times n = \frac{5}{7}$

[c] $-\frac{7}{3} \times n = 0$

[d] $n \times \frac{17}{3} = 1$

[e] $-\frac{7}{3} \times (-\frac{3}{7}) = n$

4 **Utilise les propriétés de la multiplication et de l'addition pour faciliter le calcul en donnant les résultats sous la forme la plus simple :**

[a] $\frac{4}{9} \times 11 + \frac{4}{9} \times 16$

[b] $\frac{5}{12} \times 3 + \frac{5}{12} \times 9$

[c] $-\frac{3}{7} \times 8 + 5 \times (-\frac{3}{7}) + (-\frac{3}{7})$

[d] $\frac{18}{5} \times \frac{25}{9} + (-\frac{3}{7}) \times \frac{25}{9}$

Leçon 8

Division des nombres rationnels

Division de deux nombres rationnels

Pour diviser le nombre rationnel $-\frac{2}{3}$ par le nombre rationnel $\frac{4}{5}$; on multiplie $-\frac{2}{3}$ par l'inverse du nombre $\frac{4}{5}$ qui nous donne $\frac{5}{4}$

Complète :

$$-\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = -\frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = -\frac{\cdots}{\cdots} = -\frac{\cdots}{\cdots}$$

si $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont deux nombres rationnels où $\frac{c}{d} \neq 0$ alors

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exemple 1

Calcule les quotients suivants :

[a] $-\frac{5}{4} : (-\frac{2}{3})$

[b] $-3\frac{3}{4} : (-2\frac{1}{4})$

Solution

Le dividende et le diviseur sont tous négatifs, par suite le quotient sera positif

[a] $-\frac{5}{4} : (-\frac{2}{3}) = -\frac{5}{4} \times (-\frac{3}{2})$

$= \frac{5 \times 3}{4 \times 2}$

$= \frac{15}{8}$

[b] $-3\frac{3}{4} : (-2\frac{1}{4})$

$\frac{15}{4} : \frac{9}{4} = \frac{15}{4} \times \frac{4}{9}$

$= \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$

Exemple 2

Si $a = \frac{3}{4}$ et $b = -\frac{5}{2}$, trouve la valeur de $\frac{a-b}{a+b}$ sous la forme la plus simple

Solution

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{\frac{3}{4} - (-\frac{5}{2})}{\frac{3}{4} + (-\frac{5}{2})} = \frac{\frac{3}{4} + (\frac{5 \times 2}{2 \times 2})}{\frac{3}{4} + (-\frac{5 \times 2}{2 \times 2})} = \frac{\frac{3}{4} + (\frac{10}{4})}{\frac{3}{4} + (-\frac{10}{4})} = \frac{\frac{13}{4}}{-\frac{7}{4}}$$

$$= \frac{13}{4} \times (-\frac{4}{7}) = -\frac{13}{7}$$

Exercices (1-8)

1 **Calcule les quotients suivants :**

[a] $\frac{4}{5} : \frac{3}{7}$

[b] $\frac{8}{3} : (-\frac{15}{7})$

[c] $-14 : (-\frac{4}{7})$

[d] $0 : \frac{3}{5}$

[e] $-\frac{4}{5} : \frac{7}{2}$

[f] $\frac{3}{8} : (-7)$

2 **Calcule les quotients suivants :**

[a] $-2\frac{1}{5} : 5\frac{1}{2}$

[b] $-2\frac{3}{4} : (-3\frac{1}{8})$

[c] $-4\frac{2}{7} : (1\frac{1}{14})$

[d] $6\frac{1}{4} : (-15)$

3 **Calcule les quotients suivants :**

[a] $(-\frac{18}{5} : \frac{9}{35}) \times (-\frac{3}{7})$

[b] $(-1\frac{2}{3} \times 4\frac{2}{3}) : 6\frac{1}{9}$

[c] $-1 : 2\frac{1}{4}$

[d] $[-\frac{12}{25} \times (-\frac{5}{7})] : (-\frac{9}{14})$

4 **Si $x = \frac{3}{2}$; $y = -\frac{1}{4}$ et $z = -2$; trouve sous la forme la plus simple, la valeur numérique de chacun de suit :**

[a] $(x + z) : (y - z)$

[b] $\frac{x + y}{z}$

Applications sur les nombres rationnels

Exemple 1

Donne le nombre rationnel placé au milieu du segment qui joint les points représentant les nombres suivants $\frac{9}{4}$ et $\frac{17}{6}$.

Solution

$$\frac{9}{4} + \frac{1}{2} \times \left(\frac{17}{6} - \frac{9}{4}\right) = \frac{9}{4} + \frac{1}{2}\left[\frac{34}{12} + \left(-\frac{27}{12}\right)\right]$$

$$= \frac{9}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{7}{12}$$

$$= \frac{9}{4} + \frac{7}{24} = \frac{54}{24} + \frac{7}{24} = \frac{61}{24}$$

P.P.C.M. de 4 et 24 = 24

Donc : $\frac{9}{4} < \frac{61}{24} < \frac{17}{6}$

Exemple 2

Donne le nombre rationnel placé au tiers du segment qui joint les points représentant les nombres $\frac{-5}{6}$ et $-1\frac{1}{2}$ à partir du nombre le plus petit.

Solution

Le plus petit nombre = $-1\frac{1}{2} = -\frac{9}{6}$

Le plus grand nombre = $\frac{-5}{6}$

$$-\frac{9}{6} + \frac{1}{3}\left(-\frac{5}{6} - \left(-\frac{9}{6}\right)\right) = -\frac{9}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{6}$$

$$= -\frac{9}{6} + \frac{2}{9}$$

$$= \frac{-27+4}{18} = \frac{-23}{18}$$

Donc le nombre $\frac{-23}{18}$ est placé au tiers du segment qui joint les points représentant les nombres $\frac{-5}{6}$ et $-1\frac{1}{2}$ à partir du nombre $-\frac{9}{6}$.

Est-ce qu'il y a un autre nombre est placé au tiers du segment qui joint les points représentant les nombres $\frac{-5}{6}$ et $-1\frac{1}{2}$ à partir du nombre le plus petit ?

Exercices (1-9)

1 Choisis la bonne réponse :

(a) Si $a \times \frac{b}{2} = \frac{a}{2}$, alors b = … $[1 ; 0 ; a ; \frac{a}{2}]$

(b) Si $\frac{x}{3} - 4 = 6$, alors $\frac{x}{3} + \frac{2}{3} = …$ $[1 ; 10 ; \frac{32}{3} ; x]$

(c) Si $4x - y = 11$ et $y = 3x$, alors x = … $[11 ; \frac{7}{11} ; \frac{11}{7} ; \frac{1}{11}]$

(d) Si $\frac{x}{y} = 1$, alors $2x - 2y = …$ $[3 ; 2 ; 1 ; 0]$

2 **Donne le nombre rationnel qui se trouve au milieu du segment qui joint les points qui représentent les nombres suivants :**

[a] $\frac{3}{8}$ et $\frac{4}{9}$

[b] $\frac{7}{11}$ et $\frac{3}{4}$

[c] $-\frac{11}{9}$ et $-\frac{13}{35}$

[d] $-\frac{37}{160}$ et $-\frac{9}{42}$

[e] $-4\frac{3}{5}$ et $-5\frac{5}{6}$

[f] $-4\frac{3}{7}$ et $8\frac{1}{3}$

3 [a] Ecris le nombre rationnel placé au tiers du segment qui joint les points représentant les nombres $\frac{4}{7}$ et $1\frac{3}{4}$. à partir du nombre le plus petit.

[b] Ecris le nombre rationnel placé au quart du segment qui joint les points représentant les nombres $-\frac{1}{9}$ et $-\frac{7}{8}$. à partir du nombre le plus petit.

[c] Ecris le nombre rationnel placé au cinquième du segment qui joint les points représentant les nombres $-\frac{2}{3}$ et $-\frac{3}{5}$. à partir du nombre le plus petit.

[d] Donne un nombre rationnel compris entre $\frac{1}{3}$ et $\frac{3}{4}$.

[e] Donne un nombre rationnel compris entre $-\frac{1}{5}$ et $-\frac{1}{9}$.

Exercices variés

1 Mets le signe (✓) devant les propositions vraies et le signe (✗) devant celles qui sont fausses :

[a] tout nombre entier relatif est un nombre rationnel. ( )

[b] tout nombre rationnel a un inverse. ( )

[c] l'inverse d'un nombre rationnel est un nombre entier relatif. ( )

[d] zéro est un nombre rationnel. ( )

[e] les nombres rationnels $\frac{12}{16}$; $\frac{15}{20}$; $\frac{3}{4}$ sont représentés par un seul point sur la droite numérique ( )

[f] $2\frac{1}{5}$ est l'inverse de $5\frac{1}{4}$. ( )

[g] $\frac{3}{x-3}$ est l'opposé du nombre $\frac{3}{3-x}$, où $x \neq 3$. ( )

[h] $(\frac{2}{7}+\frac{3}{5})$ est l'inverse de $\frac{35}{31}$. ( )

2 Choisis la bonne réponse :

[a] Si $x+\frac{2}{x}=5+\frac{2}{5}$; alors x =..... [$\frac{1}{5}$; $\frac{4}{5}$; 1 ; $\frac{5}{2}$; 5]

[b] Si 5a = 45; ab = 1; alors b =.... [$\frac{1}{45}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{5}$; 5 ; 9]

[c] Si $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$; alors $\frac{3x}{2y}$ =..... [$\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; 1 ; $\frac{3}{2}$; $\frac{9}{4}$]

[d] Si $\frac{3}{7}y=42$; alors $\frac{5}{7}x$ =.... [70; 45 ; 30 ; 18 ; 10]

3 Complète de la même manière :

[a] 6; $5\frac{1}{4}$; $4\frac{1}{2}$;......;......;......;......; $\frac{3}{4}$

[b] 8; -4; 2;......;......;......; $\frac{1}{8}$

4 Si $x=-\frac{1}{3}$; $y=\frac{3}{4}$ et z= -3; trouve sous la forme la plus simple, la valeur numérique de chacun de suit :

[a] $x\,y\,z$

[b] $x\,y+y\,z$

[c] $\frac{xy}{z}$

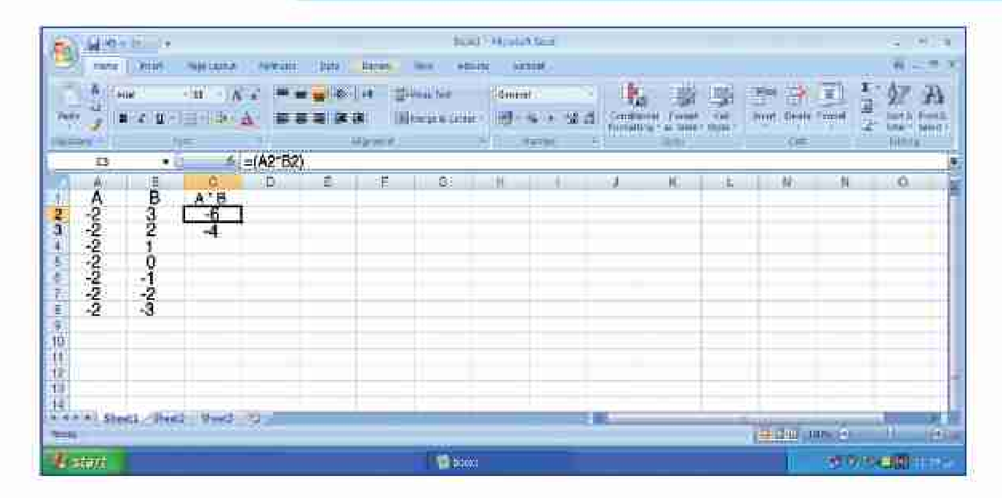
[d] $\frac{x}{y}-\frac{y}{z}$



Activité 1

Utilisation du logiciel tableur (EXCEL) pour trouver le produit de deux nombres entiers relatifs. Appuie sur start du menu de la liste All Programs clique sur Microsoft Office Excel

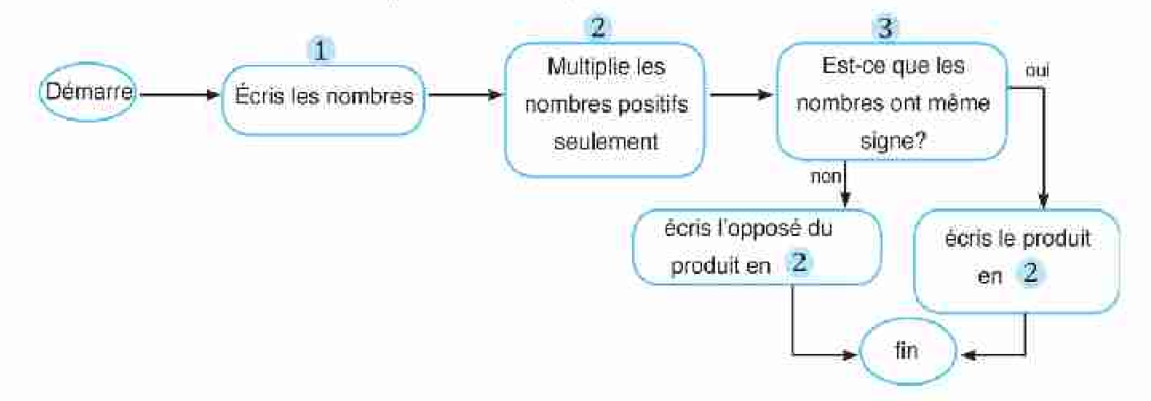
Tu peux effectuer le remplissage (Autofill) de copier de formules de la cellule C2 à rang « C2 : C8 »



[a] Complète le tableur jusqu'à la ligne 15 par autres valeurs entières de a et b

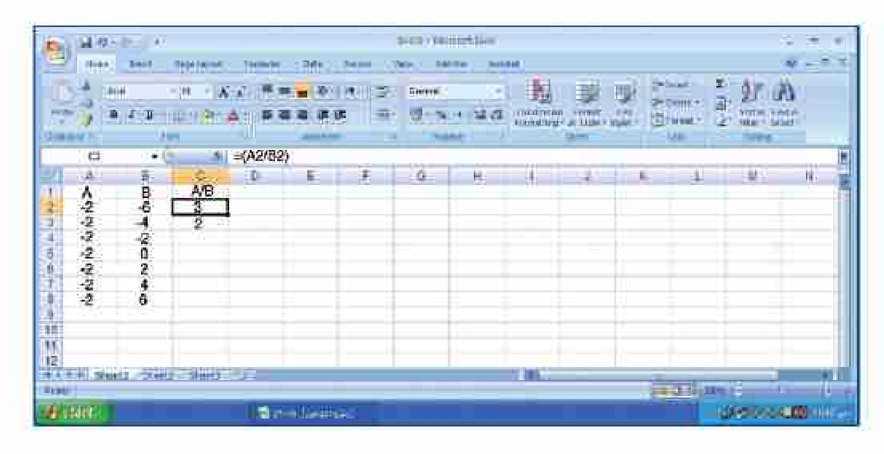
[b] Enregistre-le dans ton répertoire privé

Le schéma suivant t'aide pour trouver le produit de deux nombres entiers relatifs :



Activité 2

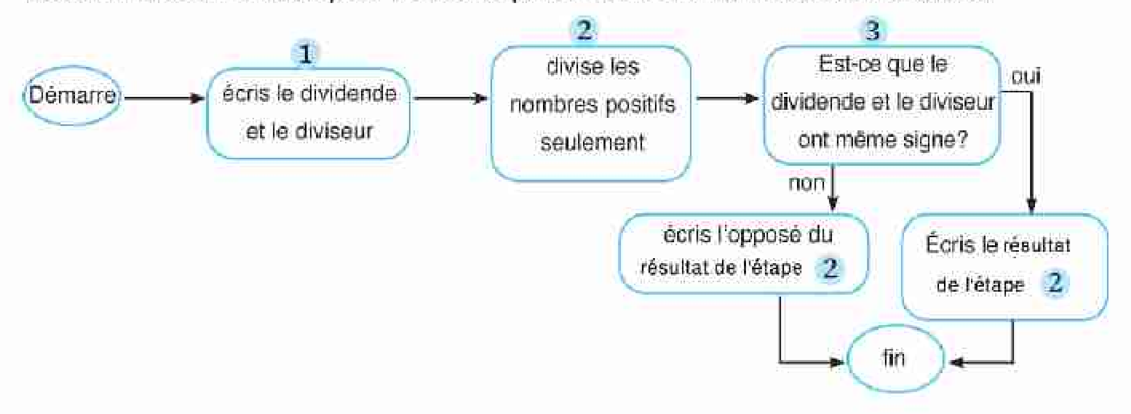
Utilisation du logiciel tableur (EXCEL) pour trouver le produit de deux nombres entiers relatifs. Appuie sur start menu de la liste All Programs clique sur Microsoft Office Excel
Effectue le remplissage (Autofill) en copiant al cellule C2



[a] Complète le tableur jusqu'à la ligne 15 par autres valeurs entières de a et b

[b] Enregistre-le dans ton répertoire privé

Le schéma suivant t'aide pour trouver le produit de deux nombres entiers relatifs



Epreuve de l'unité

1 Complète :

[a] l'inverse du nombre rationnel $-\frac{2}{3}$ est.....

[b]le quotient de $-\frac{7}{12}$ par $-\frac{3}{2}$; est le produit de....... par.......

[c] $0 : (-14) =$.......

[d] $-\frac{4}{3} \times \left(-\frac{3}{4}\right) =$.......

le nombre rationnel qui se trouve au milieu du segment entre $\frac{3}{5}$; $\frac{4}{5}$ est.......

[f] $\frac{2}{3} \times \left(2 + \frac{1}{2}\right) = \frac{2}{3} \times 2 + \frac{2}{3} \times$.......

2 Trouve la valeur de x pour que les propositions suivantes soient vraies :

[a] $-\frac{3}{5} \times -\frac{5}{3} = n$

[b] $(-3\frac{2}{3}) \times n = -3\,\frac{2}{3}$

[c] l'inverse du nombre rationnel $1\frac{2}{3}$ est x

[d] $n \times [\frac{3}{4} + (-\frac{2}{3})] = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times (-\frac{2}{3})$

3 Effectue :

[a] $\frac{3}{4} \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{3})$

[b] $\frac{3}{5} : (-\frac{9}{15})$

[c] $-3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4}$

[d] $\frac{7}{12} \times \frac{23}{45} + \frac{17}{12} \times \frac{23}{45} - 2 \times \frac{23}{45}$

[e] $(\frac{1}{2} + \frac{3}{7}) \times [\frac{2}{6} + (-\frac{4}{5})]$

4

[a] L'eau découle d'un tube avec un taux de $2\frac{1}{2}$ litres par minute. Quelle est la durée en minutes pour remplir 3 récipients de capacité 30 litres chacun?

[b] Un fil métallique de 60 mètres de longueur, on veut le découper en morceaux dont la longueur de chacun est de $3\,\frac{3}{4}$ mètres. Quel est le nombre de morceaux ? Reste-t-il du fil ? Si oui, quelle est sa longueur ?



5 Mets le signe convenable < ou = ou >

[a] $-3\frac{1}{2}$ □ -4

[b] $3\frac{1}{2}$ □ 4

[c] $-\frac{7}{3}$ □ 0

[d] $\left|\frac{13}{2}\right|$ □ $6\frac{1}{2}$

[e] $\frac{392}{9}$ □ $44\frac{5}{8}$

[f] $-\frac{214}{14}$ □ $-15\frac{2}{3}$

6 [a] Si $x = \frac{3}{2}$, $y = -\frac{1}{4}$ et $z = -2$, trouve sous la forme la plus simple, la valeur numérique de chacun de ce qui suit : (1) $x - z : y$ (2) $\frac{x}{y} - \frac{z}{y}$ (3) $\frac{1}{x\,y\,z}$

[b] Trouve le produit $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \ldots \times \frac{99}{100}$

Quel est le produit si le dernier facteur est $\frac{n-1}{n}$?

Unité 2

Algèbre

Mohamed Ben Moussa Khawarizmi

(781-849)

Savant, Musulman Iraquien



Les arabes ont les premiers utilisé le mot «Algébra».

Le premier d'entre eux est Mohamed Ben Mousa El Khawarzmi (le père d'Algèbre) à l'époque de El Maamoun.

El Khawarzmi est un savant musulman Iraquien né en 781 et décédé en 847 après J.C.

Il a introduit le système de numération que repris par le monde entier, il est aussi l'inventeur du chiffre 0.

Leçons de l'unité 2

Leçon 1 : Termes et expressions algébriques.

Leçon 2 : Termes semblables.

Leçon 3 : Multiplication et division des termes algébriques.

Leçon 4 : Addition et soustraction des expressions algébriques.

Leçon 5 : Multiplication d'un terme par une expression algébrique.

Leçon 6 : Multiplication d'une expression algébrique par une autre.

Leçon 7 : Division d'une expression algébrique par un terme.

Leçon 8 : Division d'une expression algébrique par une autre expression algébrique

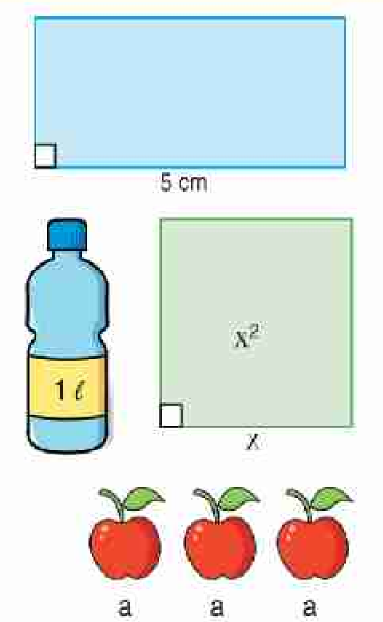
Leçon 9 : Factorisation par le P.G.C.D.

- Exercices variés.
- Activité de l'unité
- Epreuve de l'unité.

Leçon 1 Termes et expressions algébriques

Les mathématiques : c'est le langage symbolique, on utilise des symboles pour exprimer d'objets, des nombres et on contacte avec les symboles comme les nombres.

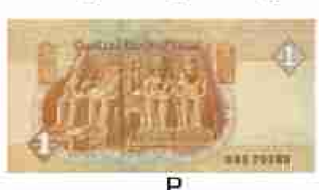
Par exemple :



- Longueur du rectangle = 5 cm
- Capacité de la bouteille = ℓ litres
- Longueur du côté du carré = x
- Aire du carré = x2
- Si le symbole «a» exprime une pomme, alors 3 pommes sont exprimées par a + a + a = 3 × a.

  On note 3a, c'est appelé terme algébrique (monôme).
- Si le symbole « b » exprime une L.E., alors la perte de 2 L.E. est exprimée par (–b) + (–b) = –2 × b.

  On note –2b qui est appelé terme algébrique.



P

Un terme algébrique est le produit de deux facteurs au moins.

Le terme algébrique a = 1 × a se compose de deux facteurs : 1 (facteur numérique) et a (facteur algébrique).

Le terme algébrique $7x^2 = 7 \times x \times x$ se compose de trois facteurs : 7 (facteur numérique) et x (facteur algébrique).

Le terme algébrique 3a est du premier degré car la puissance de a est égale à 1.

Le terme algébrique $7x^2$ est du second degré car la puissance de x est égale à 2.

La somme des termes 3a et $7x^2$ alors $3a + 7x^2$ est appelée expression algébrique.

Si on retranche 2c de $3a + 7x^2$, alors $3a + 7x^2 - 2c$ est appelée expression algébrique.

Le degré de l'expression algébrique suivante : $4x^3 - xy + 5$ est 3 car le symbole x a la plus grande puissance des termes de cette expression.

Une expression algébrique est la somme de deux termes (monômes) au moins.

Exercices (2–1)

1 **Complète le tableau suivant :**

Terme algébrique	Coefficient	Degré
-7	-7	0
$2ab^2$	2	$1 + 2 = 3$
3	....	....
$7ab^3c$	....	....
$-8x^2b$	....	....
xy^2	....	....

2 **Complète le tableau suivant :**

Expression algébrique	Nombre de termes	Nom	Degré
$-3a^5b$	1	monôme	6
$3x^2 + y$	2	binôme	2
$5x^3 - 7x + 4$		trinôme	
$2a^2b + 3ab^2 - a^2b^2$			
$x^2y^2 - 3xy^4$			
$a^2b - 3ab^3 + 2a^3b^2 + b^4$			

3 [a] Ordonne l'expression algébrique $7ab + 5a^5b^3 - 3a^2b^5$ selon les puissances décroissantes de a.

[b] Ordonne l'expression algébrique $5x + x^2 - 7 + x^3$ selon les puissances croissantes de x.

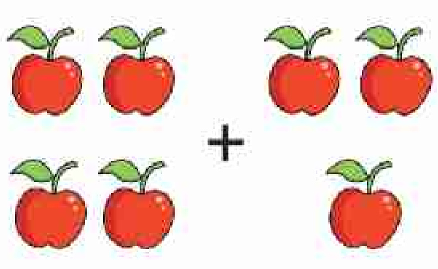
4 **Dans la figure ci-contre :**

Donne l'expression algébrique qui exprime l'aire de la partie hachurée puis calcule son degré.

h
r
b
Aire du disque = πr^2

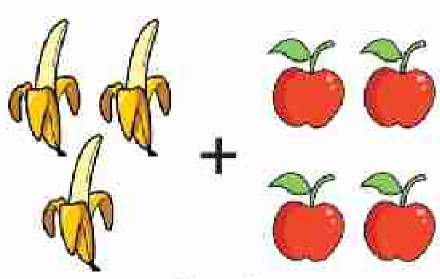
Leçon 2 Termes semblables

Les termes algébriques sont semblables si leurs facteurs algébriques sont semblables et de même puissance.



$3a + 4a = 7a$

Les termes algébriques 4a et 3a sont semblables.



$3b + 4a$

Les termes algébriques 4a et 3b ne sont pas semblables.

Addition (soustraction) de termes semblables, on additionne (soustrait) les coefficients des termes.

Exemple 1

Réduis l'expression algébrique suivante :

$9a - 4b - 2c - 5a + 7b + 3c$

Solution

L'expression $= (9a - 5a) + (-4b + 7b) + (-2c + 3c)$

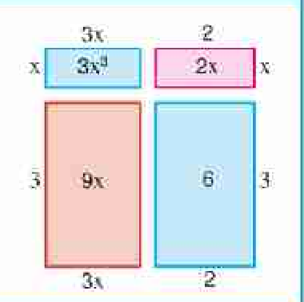
$= (9 - 5)\ a + (-4 + 7)\ b + (-2 + 3)\ c$

$= 4a + 3b + c$

On utilise les propriétés de l'addition : la commutativité et la distributivité.
il n'y a pas d'écriture réduite pour les termes qui ne sont pas semblables

Exemple 2

Dans la figure ci-contre, donne l'expression algébrique qui exprime la somme des aires des rectangles.



Solution

Somme des aires $= 3x^2 + 2x + 9x + 6$

$= 3x^2 + (2 + 9)\ x + 6$

$= 3x^2 + 11x + 6$

Exercices (2–2)

1 **Complète le tableau suivant :**

termes algébriques	termes algébriques semblables	termes algébriques qui ne sont pas semblables
$-2x, 2xy, x, -y$	$-2x, x$	
$-ab^2, 2a^2b, 3b^2a, -ab$		$2a^2b, ab$
$x^2y^2, x^2, y^2, -3x^2y^2$		
$3a^4, -4a^3, a^2, -3a^2$		

2 **Réduis les expressions algébriques suivantes :**

[a] $3x - 5y - x + 2y$

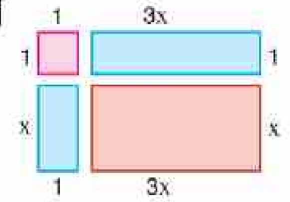
[b] $8c + 11d - 13c - 4d$

[c] $2x - 4y - 9x - 3y$

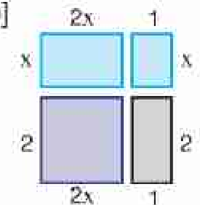
[d] $19m - 4n + 11m - 17n + 9n$

3 **Dans les figures ci-dessous, donne l'expression algébrique qui exprime la somme des aires des rectangles :**

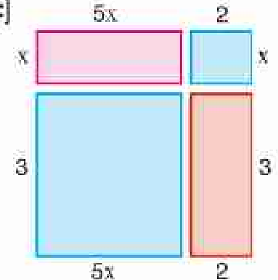
[a]



[b]



[c]



4 **Réduis les expressions algébriques suivantes :**

[a] $5x - 3x^2 + 4 - 7x^2 - 6x - 1$

[b] $6x^2y - 3xy^2 + 2xy^2 - 5x^2y + 2x^2y^2$

[c] $a^2 + 4a - 5 + 3a^2 - 6a + 1$

[d] $5x^2 - 2x + 8 - 7x - 3 + x^2$

Leçon 3 Multiplication et division des termes algébriques

Pour trouver le produit des termes 5a et 3b, on note :

$5a \times 3b = 5 \times a \times 3 \times b$

$= (5 \times 3) \times (a \times b)$

$= 15\ ab$

C'est-à-dire : on fait le produit des coefficients et celui des facteurs algébriques.

	b	b	b
a	a b		
a			
a			
a			
a			

Pour trouver le produit des termes $5x^2$ by $3x^3$, on note :

$5x^2 \times 3x^3 = (5 \times 3) \times (x^2 \times x^3)$ **Que remarques-tu si les bases sont semblables?**

$= 15x^{\cdots}$

Pour la multiplication, on additionne les puissances si les bases sont semblables.
Pour la division, on soustrait les puissances si les bases sont semblables.

Complète :

[a] $x^2 \times x^3 = (x \times x) \times (x \times x \times x)$

$= x^{\cdots + \cdots} = x^{\cdots}$

[b] $-2x^6 \times -5x^2 = (-2 \times -5) \times x^6 \times x^2$

$= 10x^{\cdots}$

[c] $\dfrac{x^5}{x^3} = \dfrac{x \times x \times x \times x \times x}{x \times x \times x}$

$= x^{\cdots - \cdots} = x^{\cdots}$

[d] $\dfrac{-2 \times x^6}{-5 \times x^2} = \dfrac{2}{5}\ x^{\cdots}$

Exemple 1

Effectue:

(a) $\frac{1}{2}y^4 \times 2y^2$ (b) $\frac{21}{4}x^5 \times \frac{2}{7}x^3$ (c) $-3b^6 \times \frac{1}{6}b$

Solution

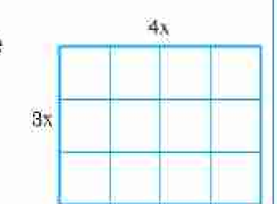
(a) $\frac{1}{2} y^4 \times 2y^2 = y^{4+2} = y^6$

(b) $\frac{21}{4} x^5 \times \frac{2}{7} x^3 = \frac{3}{2} x^{5+3} = \frac{3}{2} x^8$

(c) $-3b^6 \times \frac{1}{6} b = \frac{-1}{2} b^{6+1} = \frac{-1}{2} b^7$

Exemple2 :

Un rectangle de 4x cm de longueur et de 3x cm de largeur. Calcule son aire.



Solution

Aire du rectangle = longueur × largeur

$= 4x \times 3x = 12x^2 \text{ cm}^2$

Exemple 3:

Effectue:

(a) $\frac{4ab^3}{8ab}$ (b) $\frac{3m^2n^4}{27mn^2}$

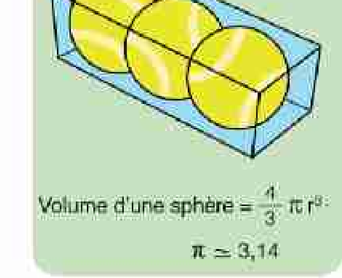
Solution

(a) $\frac{4ab^3}{8ab} = \frac{1}{2} a^{1-1} b^{3-1} = \frac{1}{2} a^0 b^2 = \frac{1}{2} b^2$

(b) $\frac{3m^2n^4}{27mn^2} = \frac{1}{9} \times m^{2-1} \times n^{4-2} = \frac{1}{9} mn^2$

Exemple 4

On met 3 boules dans une boîte comme indique la figure. Calcule le rapport entre le volume des 3 boules et la capacité de la boîte?



Volume d'une sphère = $\frac{4}{3}\pi r^3$

$\pi \simeq 3{,}14$

Solution

Soit r, le rayon de la boule et les dimensions de la boîte : 6r, 2r, 2r

$$\text{Le rapport} = \frac{\text{volume des 3 boules}}{\text{capacité de la boîte}}$$

$$= \frac{3 \times \frac{4}{3}\pi r^3}{6r \times 2r \times 2r} = \frac{4\pi r^3}{24 r^3} = \frac{\pi}{6}$$

$\simeq 0{,}52$ le volume des 3 boules occupe plus que la moitie de la capacité de la boîte

Exercices (2–3)

1 Effectue les opérations suivantes :

[a] $5x^3 y^4 \times 2xy^2$

[b] $5ab^2 \times (-2a^2 b)$

[c] $-8y^5 \times (-7y^4)$

[d] $9x^5 y^4 : 6x^3 y$

[e] $8m^4 n^3 : (-4mn^2)$

[f] $-32a^3 b^6 : (-4a^3 b^2)$

2 Effectue les opérations suivantes :

[a] $\frac{2}{3}t^4 \times \frac{3}{2}t^4$

[b] $\frac{2}{7}a^2 \times 21a^5$

[c] $\frac{15a^3 b}{2} \times \frac{8ab^2}{10}$

[d] $3x^3 \times \frac{1}{6}x^2$

[e] $\frac{4h^3 k^3}{7} \times \frac{21hk^5}{2}$

[h] $4m^3 \times \frac{1}{4}m^2 \times (-7m)$

3 Complète :

[a] $36a^5 b^3 = 12a^3 b^2 \times \ldots\ldots$

[b] $9a^5 = 3a \times \ldots\ldots$

[c] $-4c^3 d^3 = 2cd^2 \times \ldots\ldots$

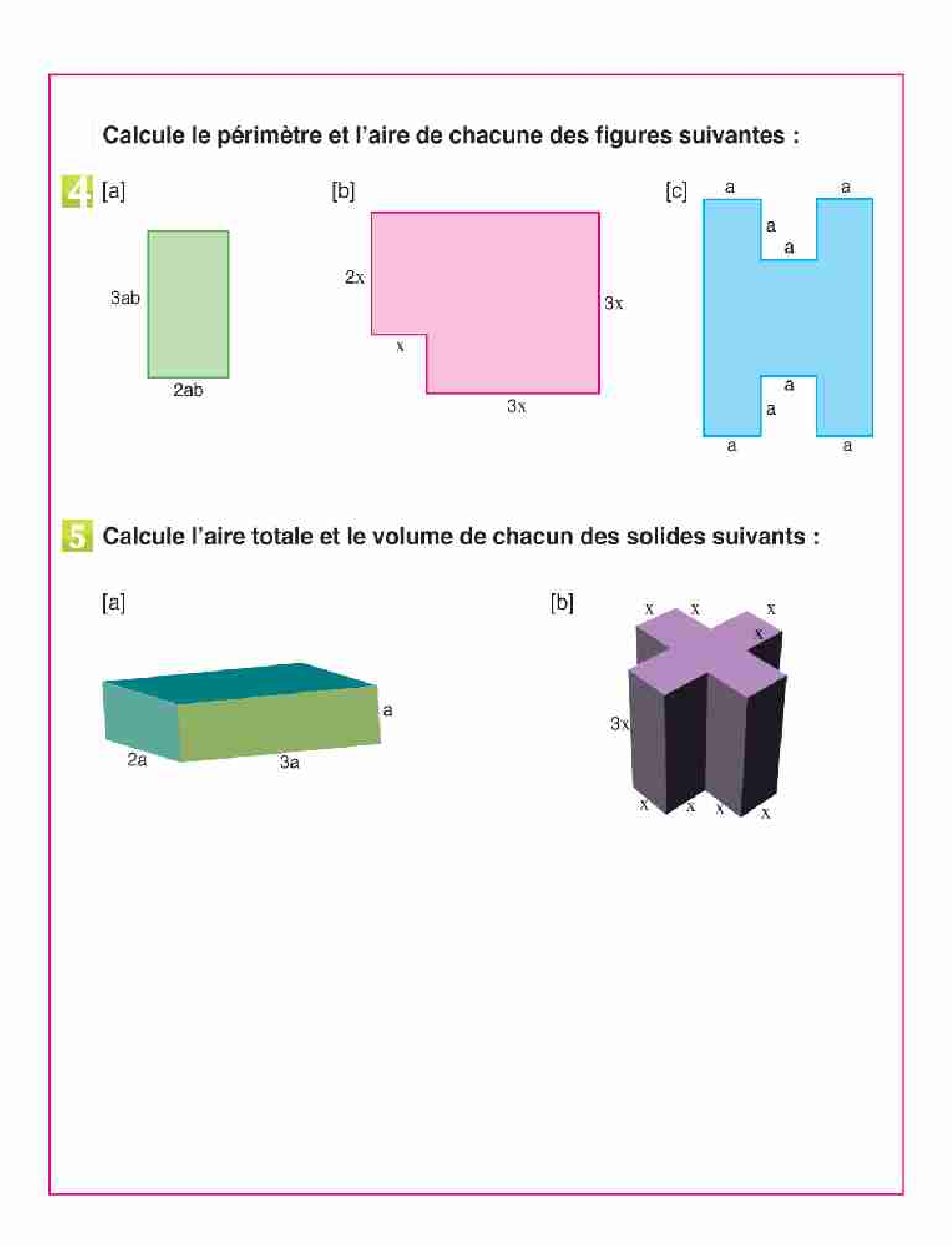
[d] $98a^7 b^4 = \ldots\ldots \times 14a^7 b$

[e] $36a^6 b^5 = 6ab^2 \times 3a^4 b \times \ldots\ldots$

[f] $42x^4 y^5 = 3x^2 y \times 2xy \times \ldots\ldots$

Calcule le périmètre et l'aire de chacune des figures suivantes :

4 [a] [b] [c]



5 Calcule l'aire totale et le volume de chacun des solides suivants :

Leçon 4 Addition et soustraction des expressions algébriques

L'addition et la soustraction des expressions algébriques ressemblent à l'addition et la soustraction des termes algébriques. C'est-à-dire qu'on additionne ou on soustrait les termes semblables dans toutes les expressions.

Exemple 1

Additionne les expressions algébriques suivantes $2x - 5z + y$ et $7x + 4y - 2z$

Solution

Méthode horizontale

La somme $= 2x - 5z + y + 7x + 4y - 2z$

$= (2x + 7x) + (-5z - 2z) + (y + 4y)$

$= 9x - 7z + 5y$

Méthode verticale

$$\begin{array}{r} 2x - 5z + y \\ + \underline{7x - 2z - 4y} \\ \text{la somme} = 9x - 7z + 5y \end{array}$$

Exemple 2

Soustrait l'expression $-a^2 - 5ab + 4b^2$ de l'expression $3a^2 - 2ab - 2b^2$

Solution

Méthode horizontale

La différence $= 3a^2 - 2ab - 2b^2 - (-a^2 - 5ab + 4b^2)$

$= 3a^2 - 2ab - 2b^2 + a^2 + 5ab - 4b^2$

$= (3a^2 + a^2) + (-2ab + 5ab) + (-2b^2 - 4b^2)$

$= 4a^2 + 3ab - 6b^2$

Méthode verticale

Change les signes de l'expression en bas puis additionne

$$\begin{array}{r} 3a^2 - 2ab - 2b^2 \\ \pm \underline{a^2 \pm 5ab \mp 4b^2} \\ \text{la somme} = 4a^2 + 3ab - 6b^2 \end{array}$$

Exercices (2–4)

1 Détermine la somme :

[a] $(3x - 2y + 5)$ **et** $(x + 2y - 2)$

[b] $(3x + 3y - 5)$ **et** $(2x - 2y + 5)$

[c] $(3n^2 + 5n - 6)$ **et** $(-n^2 - 3n + 3)$

[d] $(3x^2 - 4x - 2)$ **et** $(-x^2 - 4x + 7)$

[e] $(3a^3 - 2ab^2)$ **et** $(a^3 - 4ab^2 - b^3)$

[f] $2a^2 b - 3a b^2 + b^3$ **et** $- a^2 b + b^3$

2 Détermine la somme :

[a]
$$\begin{array}{r} 3x - 4y + 2 \\ -3x + 7y + 3 \\ \hline \end{array}$$

[b]
$$\begin{array}{r} 3a - 7b - 5c + 2 \\ -a + 4b + c - 5 \\ 2a \qquad + 3c + 3 \\ \hline \end{array}$$

[c]
$$\begin{array}{r} 5x + 2y - z + 2 \\ 7x + y - 3z + 3 \\ -2x - 5y + 4z - 1 \\ \hline \end{array}$$

3 Soustrais :

[a] $(x - 2)$ **de** $(2x - 5)$

[b] $(2x + 6y - 7)$ **de** $(2x - 5y + 2)$

[c] $(a + 2b + 3)$ **de** $(a - 3b + 5)$

[d] $(-y^2 - 3y - 1)$ **de** $(y^2 + 6y + 5)$

[e] $(-x^2 - 4x + 7)$ **de** $(3x^2 - 4x - 2)$

[f] $(5y^2 x^2 - 2x^2 y^3 + 4y)$ **de** $(6x^3 y^2 - 2y^3 x^2 - 3x^2 y^2)$

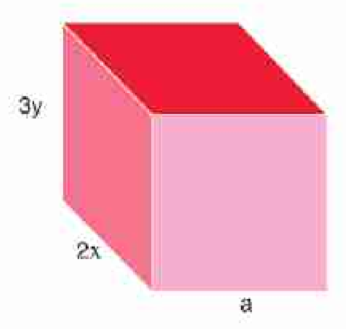
4

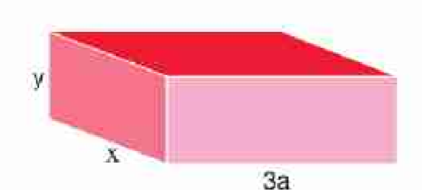
[a] Quelle est l'augmentation de $x^2 - 5x - 1$ **à** $3x^2 + 2x - 3$?

[b] Quelle est la diminution de $2x - 8y - z$ **à** $3x - 3y + z$, $2x - 4y - 8z$?

5 Dans les figure ci-dessous :

Calcule la somme des aires totales des solides ci-dessous.



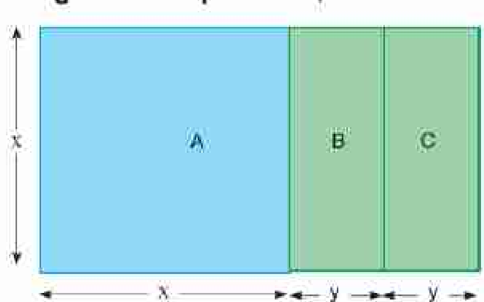


Leçon 5 Multiplication d'un terme par une expression algébrique



1 La figure ci-dessous indique un rectangle partagé en trois parties A, B et C

Les dimensions du rectangle sont x et
(x + 2y) d'unités de longueur.
aire du rectangle = x × (x + 2y) unités carrées.



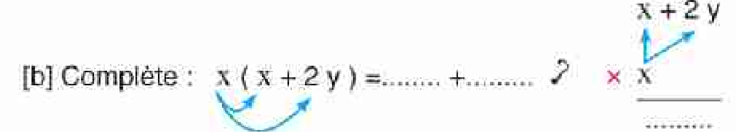
[a] Quelle est l'aire des trois parties A, B et C ?

Aire de A =............ Aire de B =............

Aire de C =............ Aire de B + aire de C =............

Aire de A + Aire de B + air de C =............

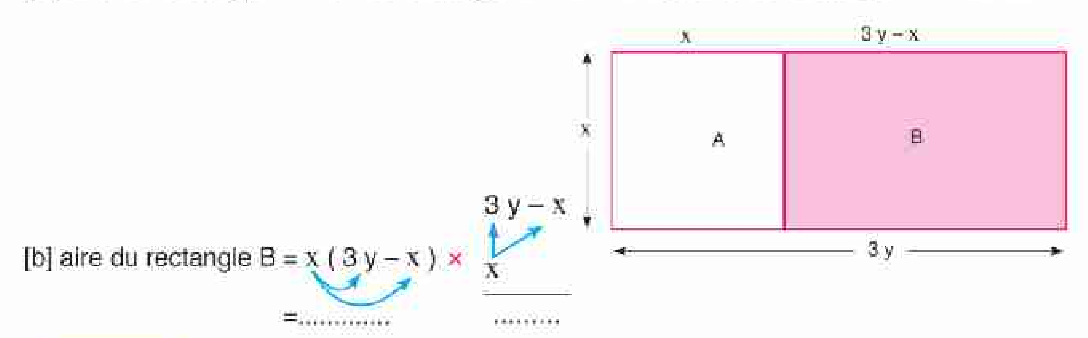
[b] Complète : x (x + 2 y) =........ +.........



2 La figure ci-dessous indique un rectangle partagé en deux parties A et B. Les dimensions du rectangle sont x et 3y unités de longueur.

[a] aire du rectangle A + air du rectangle B =............ , aire du rectangle A =............

[b] aire du rectangle B = x (3 y – x)
=............



Exemple 1

Effectue :

(a) $3(x^2 - 4x)$ (b) $2ab(a^2b + 5b^3)$

Solution :

(a) $3(x^2 - 4x) = 3x^2 - 12x$ (b) $2ab(a^2b + 5b^3) = 2a^3b^2 + 10ab^4$

Exemple 2

Développe, puis simplifie l'expression $5(2x-1)-3(x^2-1)+x(5x-1)$. Calcule ensuite la valeur numérique de l'expression pour $x = 1$.

Solution :

$5(2x-1)-3(x^2-1)+x(5x-1) = 10x-5-3x^2+3+5x^2-x = 2x^2+9x-2$

La valeur numérique de l'expression $= 2(1)^2+(9\times 1)-2 = 2+9-2 = 9$

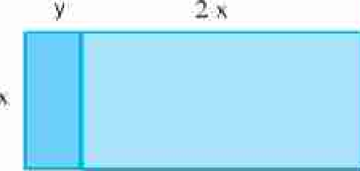
Exercices (2–5)

1 **La figure ci-dessous indique un rectangle de dimensions x et y + 2x partagé en deux parties :**

[a] Calcule la somme des aires ds deux parties.

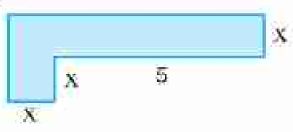
[b] Calcule le produit des dimensions du rectangle.

[c] Compare les réponses en [a] et [b]. Quelle est la propriété utilisée indiquée par la figure ?

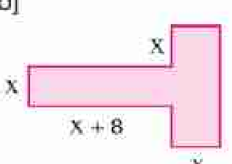


2 **Calcule l'aire de chacune des figures suivantes :**

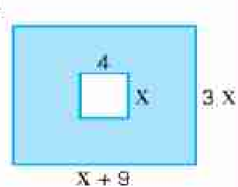
[a]



[b]



[c]



3 **Effectue les produits suivants :**

[a] $4(x-3)$

[b] $3y(y+5)$

[c] $2y^2-y-5$
$\times\ 2y$
....

[d] $-3(y+3)$

[e] $4(2x-3)$

[f] $2k^2-3k-7$
$\times\ -3k$
....

[g] $a(a+2)$

[h] $2c(7+3c)$

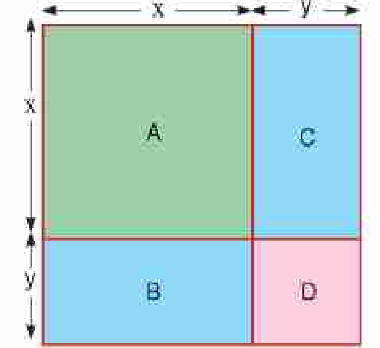
4 **Simplifie :**

[a] $\frac{1}{3}x^2(6x^2-9xy-3y^2)$ [b] $2x^2y(2x^2-3xy+y^2)$ [c] $\ell m^2(\ell^2-3m\ell-4m^2)$

5 **Réduis :** $3(1-2x)-(x^2-5x+3)+2x(x+3)$, puis trouve la valeur numérique pour $x = -2$

Leçon 6 Multiplication d'un binôme par un autre

 **La figure ci-contre indique un carré partagé en quatre parties A, B, C et D.**



Longueur du coté du carré $(x + y)$.

aire du carré $(x + y)(x + y) = (x + y)^2$ unités carrées.

Complète :

Aire de A + air de D =.......... +..........

Aire de B + air de C =.......... +..........

Aire du carré =..........

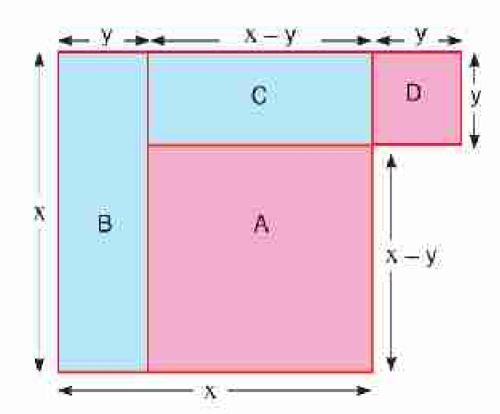
$(x + y)^2$ =..........

carré d'un binôme = carré du premier terme + 2 × premier terme × deuxième terme + carré du deuxième terme.

 **La figure ci-contre se compose de quatre parties A, B, C et D**

aire du carré (parties A, B, C) = $x \times x = x^2$ unités carrées.

aire totale de la figure $(x^2 + y^2)$ unités carrées.



Complète :

Aire de (A) =..........

Aire de (D) + aire de (C) =.......... +..........

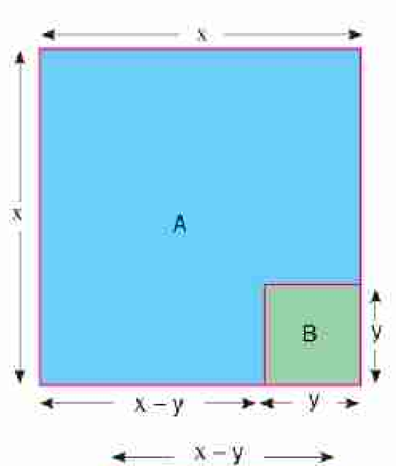
Aire de (B) aire de (C) + aire de (D) =.......... +.......... +..........

$(x - y)^2$ =...........

$x^2 + y^2 = (x - y)^2$ +...........

3 **Dans la figure ci-contre :**

- Si on enlève le petit carré B d'aire y^2 du grand carré A d'aire x^2, alors l'aire de la partie restante $= x^2 - y^2$



- Si on découpe la partie restante et on réarrange les morceaux obtenus pour construire un rectangle :

x – y
y
x

Complète :

[a] aire du rectangle $= (x + y)\ (x - y)$

$= \dots\dots\dots\dots$

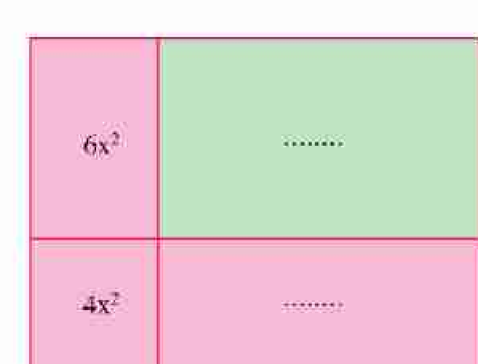
[b] $x^2 - y^2 = \dots\dots\dots\dots$

4 D'après la figure ci-dessous, le produit des expressions algébriques $3x + 2$ et $2x + 5$ représente l'aire du rectangle :

Complète :

2x 5
3x
2

=



$(3x + 2)\ (2x + 5) = \dots\dots + \dots\dots + \dots\dots + \dots\dots$

$= \dots\dots + \dots\dots + \dots\dots$

Produit horizontal:

$(3x + 2)(2x + 5) = 3x(2x + 5) + 2(2x + 5)$

$= ...... + ... + ... + ...$

$= ...... + ... + ...$

Produit vertical:

$3x + 2$

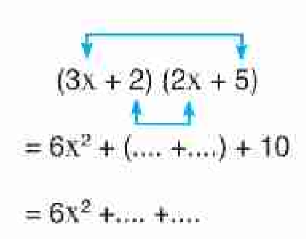
$2x + 5$

$6x^2 + 4x$

$...... + ...$

$6x^2 + ... + ...$

Produit rapide:



$(3x + 2)(2x + 5)$

$= 6x^2 + (.... + ...) + 10$

$= 6x^2 + ... + ...$

5 Complète :

[a] $(3x + 2)(x + 7) = 3x^2 .... + 14$

[b] $(3x - 2)(x - 7) = ...$

[c] $(3x - 2)(x + 7) = ...$

[d] $(3x + 2)(x - 7) = ...$

[e] $(x + 5y)(x - 5y) = ...$

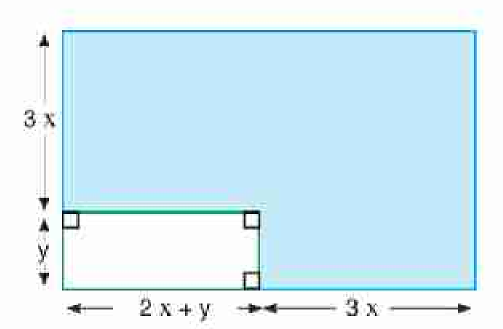
[f] $(x - 4)(x + 4) = ...$

[g] $(2x + y)^2 = ...$

[h] $(2x - y)^2 = ...$

6 Dans la figure ci-contre :

Détermine l'aire de la partie hachurée



Solution

	Longueur	Largeur	Aire
Grand rectangle	$5x + y$	$3x + y$	$(5x + y)(3x + y)$
Petit rectangle	$2x + y$	y	$(2x + y)\,y$

l'aire de la partie hachurée $= .... - .... = ...$



Utilise les formules précédentes pour trouver : $(x + y)(2x + y + 1)$

Exemple 1 :

Développe puis réduit :

(a) $(2x + 3y)^2$ (b) $(5a - b)(5a + b)$

(c) $(m - 7n)^2$

Solution

(a) $(2x + 3y)^2 = (2x)^2 + 2x \times 3y \times 2 + (3y)^2$

$= 4x^2 + 12xy + 9y^2$

(b) $(5a - b)(5a + b) = (5a)^2 - (b)^2$

$= 25a^2 - b^2$

(c) $(m - 7n)^2 = (m)^2 - m \times 7n \times 2 + (7n)^2$

$= m^2 - 14mn + 49n^2$

Exemple 2 :

Développe, réduit, puis calcule la valeur numérique de chaque expression pour $x = 2$ et $y = 1$.

(a) $(x + 9)(x + 2)$ (b) $(y + 3)(y + 1)$

(c) $(2x + y)(x + 2y)$

Solution

(a) $(x + 9)(x + 2) = x^2 + 11x + 18$ pour $x = 2$

$= 2^2 + 11 \times 2 + 18 = 4 + 22 + 18 = 44$

(b) $(y + 3)(y + 1) = y^2 + 4y + 3$ pour $y = 1$

$= 1^2 + 4 \times 1 + 3 = 8$

(c) $(2x + y)(x + 2y) = 2x^2 + 5xy + 2y^2$ pour $x = 2$ et $y = 1$

$= 2 \times 2^2 + 5 \times 2 \times 1 + 2 \times 1^2$

$= 8 + 10 + 2 = 20$

Exercices (2–6)

1 **Développe :**

[a] $(4x + 1)(2x + 3)$

[b] $(5m - 2)(6m + 1)$

[c] $(8x - 2)(3x - 7)$

[d] $(2x - y)(3x + 4y)$

[e] $(4m - 7)(4m + 7)$

[f] $(3x + y)(3x - y)$

[g] $(6x - 2y)(6x + 2y)$

[h] $(-12m + 9)(-12m - 9)$

2 **Développe puis simplifie :**

[a] $3(m - 5)(m + 2)$

[b] $3a(2a - 5b)(3a + b)$

[c] $3x(2x + 4y)^2$

[d] $4(xy - 2)^2$

[e] $(5x - 2y)^2 - (5x + 2y)^2$

[f] $(2x^2 + 3)(x^2 - 5) - (3x^2 + 2)^2$

3 **Choisis la bonne réponse :**

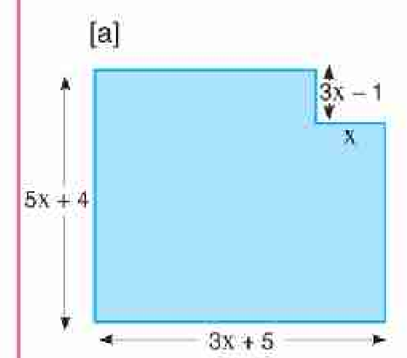
[a] Si $(2x + y)^2 = 4x^2 + kxy + y^2$, alors $k = \ldots\ldots$ [2 ; 4 ; 8]

[b] Si $(x - y)(2x + y) = 2x^2 + kxy - y^2$, alors $k = \ldots\ldots$ [–1 ; 1 ; 3]

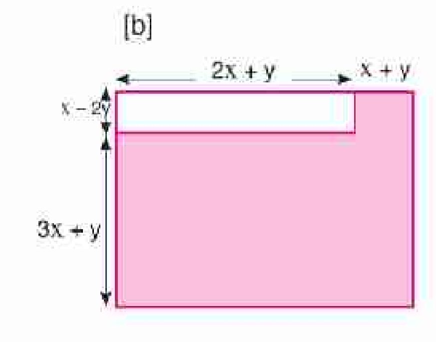
[c] Si $(x - 3)(x + 3) = x^2 + k$, alors $k = \ldots\ldots$ [9 ; 6 ; –9]

4 Donne une expression algébrique qui exprime le périmètre et l'aire de chacune des figures colorées suivantes :

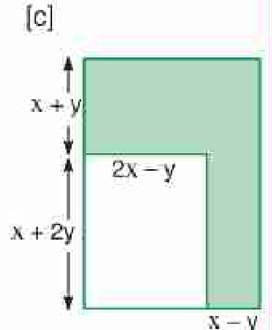
[a]



[b]



[c]



5 Développe puis trouve la valeur numérique pour $x = 1$ et $y = -2$:

[a] $(2y + 7)(3y + 4)$

[b] $(3x + y)(x + 3y)$

[c] $(x + 4)(3x + 2)$

[d] $(x + 4)^2 (3y + 2)$

6 Développe et réduis :

[a] $(2y + 1)(y^2 + y + 5)$

[b] $(4 + 2a + 3a^2)(2 - a)$

[c] $(7n + 2)(2n^2 - 5n + 1)$

[d]
$$\begin{array}{r} 4x^2 + x - 5 \\ \times \quad x + 6 \\ \hline \dots\dots\dots \end{array}$$

7

[a] Si $(2 - y)^3 = 8 - 12y + 6y^2 - y^3$ trouve la valeur de $(2 - y)^4$

[b] Calcule mentalement :

1) $(41)^2$ sous la forme $(40 + 1)^2$

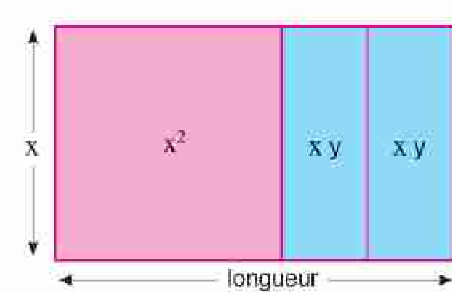
2) $(49)^2$ sous la forme $(50 - 1)^2$

3) 201×199 sous la forme $(200 + 1)(200 - 1)$

Leçon 7 Division d'une expression algébrique par un terme

La figure ci-contre représente un rectangle de trois parties.

Aire du rectangle = $(x^2 + 2xy)$



Longueur du rectangle =
aire du rectangle : largeur du rectangle

Longueur du rectangle $= \frac{x^2 + 2xy}{x} = \frac{x^2}{x} + \frac{2xy}{x} =$........ +........

1 Complète :

[a] la longueur du rectangle dont l'aire est $x^2 + xy = \frac{x^2 + xy}{\dots\dots}$ =........ +........

[b] la longueur du rectangle dont l'aire est $2xy = \frac{2xy}{\dots\dots}$ =........

[c] la longueur du rectangle dont l'aire est $xy = \frac{xy}{\dots\dots}$ =........

[d] la longueur du côté du carré dont l'aire est $x^2 = \frac{x^2}{\dots\dots}$ =........

2 La figure ci-dessous représente un rectangle de trois parties

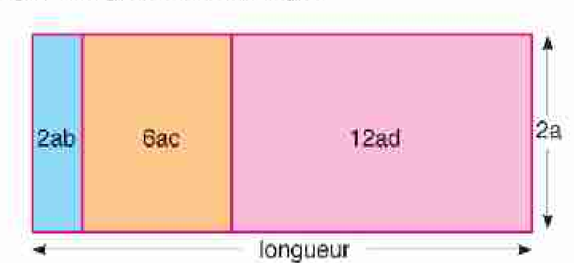
Aire du rectangle (2ab + 6ac + 12ad)

Longueur du rectangle = aire du rectangle : largeur du rectangle

$= \frac{\dots\dots + \dots\dots + \dots\dots}{2a}$

$= \frac{\dots\dots}{2a} + \frac{\dots\dots}{2a} + \frac{\dots\dots}{2a}$

=....... +....... +.......



Exemple :

Détermine le quotient de chacun de ce qui suit : (a) $\frac{26a^2 + 14a^4}{2a}$ (b) $\frac{9m^3n^4 - 18mn^2}{3mn^2}$

Solution :

(a) $\frac{26a^2 + 14a^4}{2a} = \frac{26a^2}{2a} + \frac{14a^4}{2a} = 13a + 7a^3$ (b) $\frac{9m^3n^4 - 18mn^2}{3mn^2} = 3m^2n^2 - 6$

Exercices (2–7)

Les symboles dans les expressions algébriques suivantes représentent des nombres non nuls.

1 Complète :

[a] $\frac{18a^5 b^2}{6a^2} = \frac{18}{6} \times \frac{a^5}{a^2} \times \frac{b^2}{1} = ...$

[b] $\frac{15n^3 - 9m^4 n^2}{-3n^2} = \frac{15n^3}{-3n^2} + \frac{-9m^4 n^2}{-3n^2} = ... + ...$

[c] $\frac{12x^3 - 8x}{4x} = \frac{12x^3}{4x} - \frac{8x}{4x} = ... - .....$

[d] $\frac{16x^4 y^2 - 12x^3 y^3 + 24x^2 y^4}{8x^2 y} = \frac{16x^4 y^2}{8x^4 y} - \frac{......}{8x^4 y} + \frac{......}{8x^4 y} = ... - ..... + ...$

2 Calcule les quotients suivants :

[a] $\frac{18a^2}{3a}$

[b] $\frac{18m^4 + 32m^2}{-2m^2}$

[c] $\frac{48x^3 - 80x^2}{8x^2}$

[d] $\frac{18x^4 y^5 - 42x^5 y^4}{-6x^2 y^2}$

[f] $\frac{24x^4 - 18x^3 - 42x^3}{6x^2}$

[e] $\frac{32x^5 - 48x^3 + 72x^7}{-8x^3}$

Leçon 8 Division d'une expression algébrique par une autre

Division d'une expression algébrique par une autre

La figure ci-contre montre un modèle d'un terrain rectangulaire d'aire $(x^2 + 5x + 6)$ m^2 et de largeur $(x + 2)$. Détermine sa longueur.

x^2	$3x$
$2x$	6

Pour calculer la longueur du rectangle, on calcule le quotient de la division de $(x^2 + 5x + 6)$ par $(x + 2)$.

Solution :

(1) On ordonne les termes du dividende $(x^2 + 5x + 6)$ et les termes du diviseur $(x + 2)$ suivant les puissances décroissantes de x.

(2) On divise x^2 par x, ce qui donne x.

(3) On multiplie le diviseur par x, on obtient

(4) On retranche $x^2 + 2x$ de $x^2 + 5x + 6$, on obtient

(5) On répète les étapes (2), (3) et (4) jusque à ce qu 'on obtient zéro.

$$\begin{array}{r|l} x^2 + 5x + 6 & x + 2 \\ \hline -x^2 \mp 2x & x + 3 \\ \hline 3x + 6 & \\ -3x \mp 6 & \\ \hline 0 \quad 0 & \end{array}$$

Donc le quotient = x + 3 (la longueur du rectangle)

Exemple 1 :

Détermine le quotient de la division de $x^3 + 1$ par $x + 1$ où $x \neq -1$

Solution :

$$\begin{array}{r|l} x^3 \ldots \quad \ldots\ldots + 1 & x + 1 \\ \hline x^3 \pm x^2 & x^2 - x + 1 \\ \hline -x^2 \quad \ldots\ldots + 1 & \\ \pm x^2 \quad \pm x & \\ \hline x \quad + 1 & \\ -x \quad + 1 & \\ \hline 0 \quad 0 & \end{array}$$

Le quotient = $x^2 - x + 1$

Exemple 2

Détermine la valeur de k pour que l'expression $(2x^3 - x^2 - 5x - k)$ soit divisible par $(2x - 3)$ où $x \neq \frac{3}{2}$.

Solution :

$$2x^3 - x^2 - 5x - k \quad \Big| \quad 2x - 3$$
$$-2x^3 \pm 3x^2 \quad \Big| \quad x^2 + x - 1$$

$$2x^2 - 5x - k$$
$$-2x^2 \pm 3x$$

$$-2x + k$$
$$\mp 2x + 3$$

$$K - 3$$

Donc $k - 3 = 0$ d'où $k = 3$

Exercices (2–8)

(1) Détermine le quotient de chacune des divisions suivantes :

(1) $x^2 + 13x + 15$ par $x + 5$ où $x \neq -5$
(2) $3x^3 - 4x + 1$ par $x - 1$ où $x \neq 1$
(3) $3x^2 + x^3 - x - 3$ par $x^2 - 1$ où $x \neq -1$ et 1
(4) $x^4 + 49 - 18x^2$ par $2x - 7 + x^2$
(5) $x^4 + 3x^2 + 2$ par $x^2 + 1$
(6) $x^3 - 27$ par $x - 3$ où $x \neq 3$

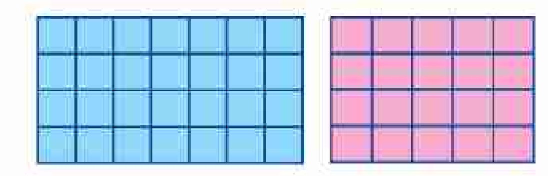
(2) Détermine la valeur de k pour que l'expression $(x^3 - 3x^2 - 25x + k)$ soit divisible par

$(x^2 + 4x + 3)$ où $x \neq -3$ et -1

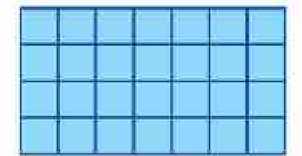
(3) L'aire du rectangle est égale à $(2x^2 + 7x - 15)$ et sa longueur est égale à $(x + 5)$. Détermine sa largeur, puis calcule son périmètre pour $x = 3$ cm.

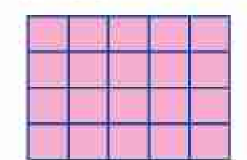
Leçon 9 Factorisation par le PGCD

Sur un papier quadrille, trace un rectangle de dimensions 7 et 4 unités et un autre rectangle de dimensions 5 et 4 de mêmes unités. Calcule la somme des aires de deux rectangles par deux manières différentes.



Première manière

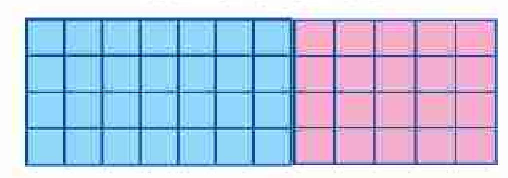




la somme des aires de deux rectangles

$= (4 \times 7) + (4 \times 5) =$........ +........ =........

Deuxième manière



la somme des aires de deux rectangles

$= 4 \times (7 + 5) = 4 \times$........ =........

Observation

$4 \times (7 + 5) = (4 \times 7) + (4 \times 5)$ c'est un exemple de la propriété «distribution de la multiplication par rapport à l'addition» tandis que $(4 \times 7) + (4 \times 5) = 4 \times (7 + 5)$ c'est un exemple de la factorisation par le PGCD des termes (4×7), (4×5). qui est 4

4 et $(7 + 5)$ sont appelés des facteurs de l'expression $4\ (7 + 5)$

En générale : $a\,b + a\,c = a\,(b + c)$

Exemple 1

Factorise l'expression algébrique

$3x^2 y^3 - 9x^3 y^4 + 12x^3 y^2$ par le PGCD

Solution

PGCD de l'expression algébrique =

$3x^2 y^2$

Exemple 2

Factorise l'expression algébrique

$3a\,(4a + 5b) - 2b\,(4a + 5b)$ par le PGCD

Solution

PGCD l'expression algébrique =

$(4a + 5b)$

Pour trouver l'autre facteur, on divise chaque terme de l'expression par le PGCD

Exemple 1 :

l'expression $= 3x^2 y^3 - 9x^3 y^4 + 12x^3 y^2$

$= 3x^2 y^2 (y - 3x\,y^2 + 4x)$

Exemple 2 :

l'expression $= 3a\,(4a + 5b) - 2b\,(4a + 5b)$

$= (4a + 5b)\,(3a - 2b)$

Exercices (2–9)

1 Factorise les expressions algébriques suivantes par le PGCD :

[a] $3x^2 + 6x$

[b] $8y^2 - 4y^2$

[c] $5y - 10$

[d] $35a + 10a^2$

[e] $49b^2 - 7b^3$

[f] $3x^2 + 12x - 6$

2 Factorise les expressions algébriques suivantes par le PGCD :

[a] $12a^2 b + 18a^3 b^2$

[b] $9m^4 n^2 - 6m^3 n^3 + 12m^2 n^4$

[c] $18a^2 bc - 6abc + 30abc^2 - 24ab^2 c^2$

[d] $-2x^5 + 4x^2 - 6x + 2x^3$

[e] $3x (a+b) + 7 (a + b)$

[f] $(x + 4) x^2 + (x + 4) y^2$

[g] $3x^2 (x - 7) + 2x (x - 7) + 5 (x - 7)$

[h] $4m^2 (2x + y) - 3m (2x + y) - 7 (2x + y)$

3 Calcule en utilisant la factorisation par le PGCD :

[a] $7 \times 123 + 7 \times 35 - 7 \times 18$

[b] $6 \times 15^2 + 18 \times 15 - 8 \times 15$

Exercices variés

1 Entoure la bonne réponse :

[a] Si a = zéro, b = 5 et c = 2, alors la valeur numérique de l'expression algébrique $a^2 b + ac$ est égale à...... [0 ; 2 ; 6 ; 8]

[b] Si le prix de quatre chemises est égal à x L.E', alors le prix de 40 chemises est égal à......... $[10x ; \frac{x}{40} ; \frac{5x}{2} ; \frac{40}{4}]$

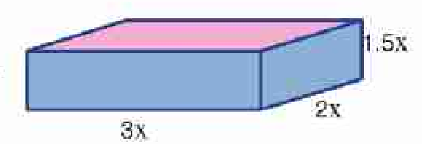
[c] Si $\frac{a}{b} = 70$, alors $\frac{a}{2b}$ =...... [35 ; 68 ; 72 ; 140]

[d] $7x^2 + 14y^2 = 7$ (............) $[x^2 + y^2 ; x^2 + 2y^2 ; 7x^2 + y^2 ; x + 2y]$

[e] $(15x^4 + 5x^3) : 5x^3$ =......... $[3x^2 + x ; 5x^2 + 1 ; 3x + 1 ; 4x^4]$

[f] $\frac{3x}{7} - \frac{x}{7}$ =.......... $[\frac{2}{7} ; \frac{x}{7} ; \frac{2x}{7} ; 2x]$

[g] Volume du parallélépipède rectangle.........



$[6.5x ; 2 (5x) (1.5x) ; 9x^3 ; 2 (4.5x^3)]$

[h] Si x = 4, y = 6, et z = 24, lequel du suivant est vrai?

$[x = \frac{z}{y} ; x = \frac{y}{z} ; x = yz ; x = y + z]$

2 Complète :

[a] le degré du monôme $3x^2 y$ est.......... et son coefficient est.........

[b] $6a^2 + 12 ab = 3a$ (......... +............)

[c] x (a + 1) – y (a +1) = (a + 1) (.........)

[d] $(4a^2 + 2a) : 2a$ =.........

[e] $7 + 7^2 + 8 + 8^2$ =......... × 8 +.......... × 9

[f] $(31)^2 = 901 + 2$ ×......... ×.........

[g] (20 + 1) (20 - 1) = 400 -........

[h] Le septième terme dans le modèle : $\frac{1}{10000}, \frac{1}{1000}, \frac{1}{100}$,.......,......... est..........

3 Simplifie :

[a] $4a + 9b + 5a - 2b + 6b - 3a$

[b] $3ab + 10ba + 5ba$

[c] $3x^2 + 5x^3 + x^2 + 2x^3$

[d] $2x^3 y^2 \times 4x^2 y^3$

[e] $2x (3x + y) + 3y (x + y)$

[f] $2a^2 b (3a^3 b^2 + 5a^2 b + 3a)$

4 Simplifie par deux manières différentes :

[a] $\frac{x^3 b + xb^3}{xb}$

[b] $\frac{19^2 - 2 \times 19 + 19}{19}$

5 Développe :

[a] $(2x - 5y) (2x + 5y)$

[b] $(2x - 5y) (2x - 5y)$

[c] $(x + 1) (x^2 - x + 1)$

[d] $(x - 3y)^2$

[e] $(2x - y)^2$

[f] $(3a - 5b) (2a + 7b)$

6 Factorise les expressions algébriques suivantes par le PGCD :

[a] $16x^3 + 8x^2$

[b] $15a^3 b^4 + 6a^5 b^3 - 3a^2 b^2$

[c] $15 \times 17 + 15 \times 13 - 15 \times 30$

[d] $5 (48)^2 + 7 \times 48 + 53 \times 48$

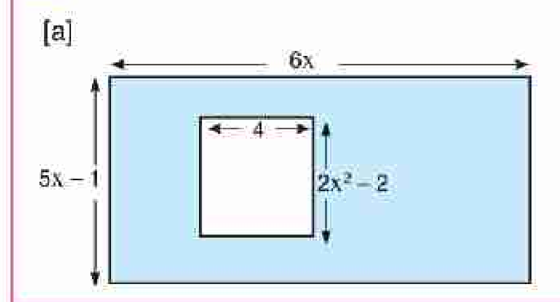
7

[a] Quelle est l'augmentation de $3x^2 - 5 + 2x$ de la somme des expressions algébriques $x + 5x^2 + 1$ et $2x^2 - 24 - 2x$?

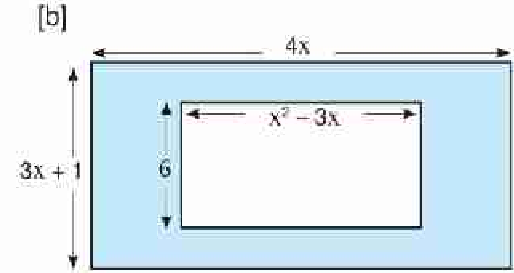
[b] Simplifie : $2n (n + 5) + n (6 - n)$, puis donne sa valeur numérique pour $n = -1$

8 Quelle est l'expression algébrique qui exprime l'aire de la partie hachurée ?

[a]



[b]



9 [a] Si $a = 4x - 3$, $b = 2x + 1$ et $c = 3x - 2$ Exprime en fonction de x l'expression : $ab - c^2$

[b] multiplie : $(x - 2y)(x + 2y)$ par $(x^2 + 4y^2)$

10 **Complète :**

[a] le degré de l'expression $5x^2 + 3$ est.......

[b] $(2x - 1)^2 = ... - 4x + 1$

[c] $a^2 b + b^2 a = ...(a + b)$

[d] $(x - 5)(............) = x^2 - 25$

[e] Hoda possède 3s où s représente un timbre, Si Dina a le double de ce que possède Hoda, alors Dina possède......... s

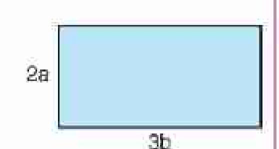
11 **Entoure la bonne réponse :**

[a] Nombre de facteurs du terme algébrique $2x^3$ est........ [2 ; 3 ; 4 ; 5]

[b] $4x^2 y^2 - 2xy^2 + 4x^2 y = ...(2xy - y + 2x)$ [4xy ; 2xy ; 2x ; 2y]

[c] Si l'arête d'un cube est 2b, alors son volume est égal à.. [$4b^2$; $2b^3$; $4b^3$; $8b^3$]

[d] Si les dimensions du rectangle ci-contre sont 2a et 3b, alors son périmètre est égal à ....



[e] Une factorisation de l'expression $6x^2 y - 4x$ par le PGCD est.........

[$3xy(x + y)$; $2xy(3y - 2)$; $2xy(3x - 2)$; $2x(3xy - 2)$]

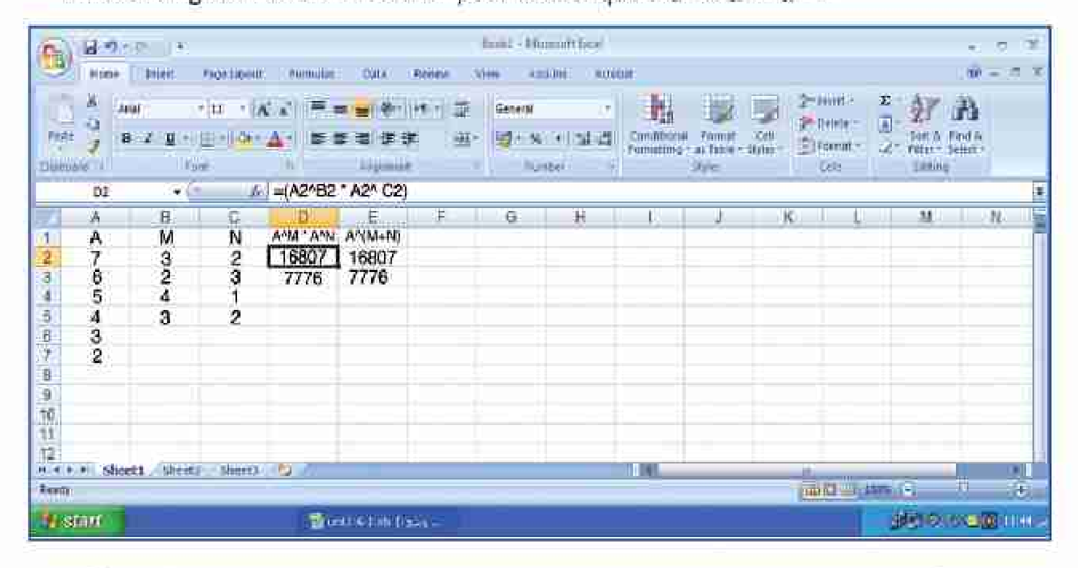
12 **Détermine le quotient de la division :**

a) $x^2 + 3x + 2$ par $x + 1$

b) $37x^2 - 4 - 9x^4$ par $3x^2 - 2 + 5x$



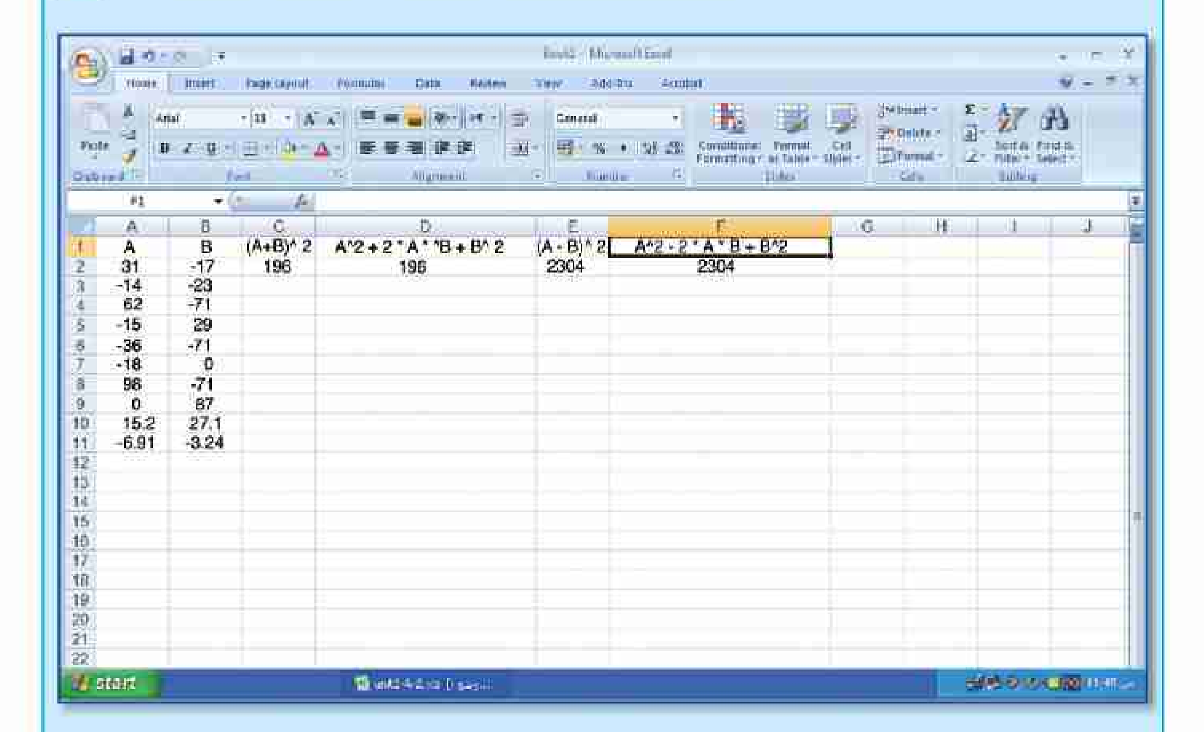
Utilise le logiciel tableur «EXCEL» pour vérifier que : $a^m \times a^n = a^{m+n}$



- Complète le tableur jusqu'à la ligne 15 par d'autres valeurs positifs de a ; m et n
- Est-ce que la formule donne des résultats fixes ?
- Peut-on appliquer la formule si la base est négative ($a < 0$) ?
- Suis les étapes précédentes pour vérifier que $a^m : a^n = a^{m-n}$, $m \geq n$, et $a > 0$.
- Est-ce que la formule est valable si la base est négative ($a < 0$) ?
- Enregistre ce fichier dans tes documents.

Activité : 2

1 Fait ce qui suit sur le tableur (logiciel EXCEL) :



	A	B	C	D	E	F
1	A	B	(A+B)^ 2	A^2 + 2 * A * *B + B^ 2	(A - B)^ 2	A^2 - 2 * A * B + B^2
2	31	-17	196	196	2304	2304
3	-14	-23				
4	62	-71				
5	-15	29				
6	-36	-71				
7	-18	0				
8	96	-71				
9	0	87				
10	15.2	27.1				
11	-6.91	-3.24				

[a] Complète les colonnes C et D pour vérifier que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Écris ce qui exprime la cellule C_2 ....

Écris ce qui exprime la cellule D_2 ....

[b] Complète les colonnes E et F pour vérifier que $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Écris ce qui exprime la cellule E_2 ....

Écris ce qui exprime la cellule F_2 ....

[c] Complète le tableur jusqu'à la ligne 15 par autres valeurs de a et b et trouve les valeurs qui sont dans les colonnes de C à F.

2 [a]Utilise la manière précédente pour vérifier que $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

[b] Enregistre-le dans ton répertoire privé.

Epreuve de l'unité

1 Complète :

[a] $(x + 5)\ (x + ...) = x^2 + ...\ + 15$

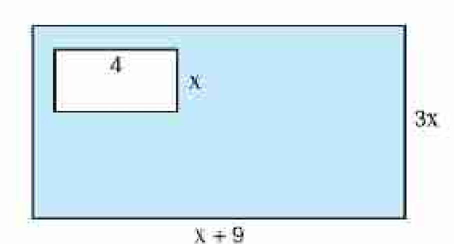
[b] $(2x + 1)^2\ = 4x^2 + ...$

[c] Calcule mentalement 101×99 de la manière $(100 + 1)\ (............)$

[d] Si $a = 2b$ et $b = 15$, alors la valeur numérique de l'expression $a + 2b + 5$ est.........

[e] Si $a + 3b = 7$ et $c = 3$, alors la valeur numérique de l'expression $a + 3\ (b + c)$ est........

[f] l'aire de la partie hachurée de la figure ci-contre =........ unités carrées.



2 Entoure la bonne réponse :

[a] $3a^4\ b \times 5a^2\ b^2 \times 2a^3 =.......$ $[60\ a^{11}\ b^3\ ;\ 30\ a^{10}\ b^2\ ;\ 150\ a^{10}\ b^3\ ;\ 30\ a^9\ b^3]$

[b] le cube de la somme des termes a et b est.......... $[\ a^3 + b^3\ ;\ (a + b)^3\ ;\ a^3\ b^3\ ;\ 3a^3\ b^3]$

[c] $(4x - 3)\ (x - 4) =...........$ $[4x^2 - 19x - 12\ ;\ 4x^2 - 7\ ;\ 4x^2 - 12\ ;\ 4x^2 - 19x + 12]$

[d] Si l'aire latérale d'un cube est égale à $36\ cm^2$; alors son arête.........

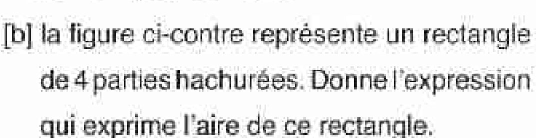
$[9x\ ;\ 9\ ;\ 3x\ ;\ 3]$

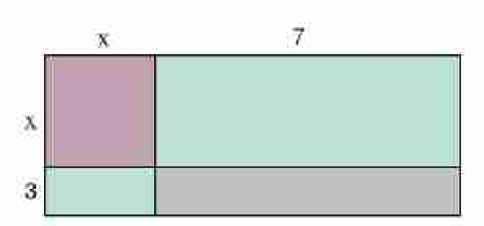
[e] $(x - 2)\ (x^2 + 2x + 4) =..........$ $[x^3 + 8\ ;\ x^3 - 8\ ;\ 3x + 6\ ;\ x^3 + 6]$

[f] $(x^2 + x) : x =.........$ $[0\ ;\ x\ ;\ 2x + 1\ ;\ x + 1]$

3

[a] Si $a = 3x - 4$, $b = x + 2$, et $c = 2x - 3$ calcule la valeur numérique de l'expression $ab - c^2$ pour $x =$ zéro


[b] la figure ci-contre représente un rectangle de 4 parties hachurées. Donne l'expression qui exprime l'aire de ce rectangle.



4 **Mets le signe (✓) devant les propositions vraies et le signe (✗) devant celles qui sont fausses :**

[a] Le degré du monôme $3x^4$ est 4. ( )

[b] Les termes $7x^2$ est $2x^7$ sont semblables. ( )

[c] Le degré de l'expression $3xy + 5$ est 2. ( )

[d] L'opposé de l'expression $2x - 3y$ est $3y - 2x$. ( )

[e] $b^3 = 3 \times b \times b$. ( )

[f] $(x + 2)^2 = x^2 + 4$. ( )

5 [a] Divise $x^3 y - 4x y^2 + 6xy$ par xy.

[b] Calcule en utilisant la factorisation par le PGCD :

1) $17^2 - 2 \times 17 + 17$

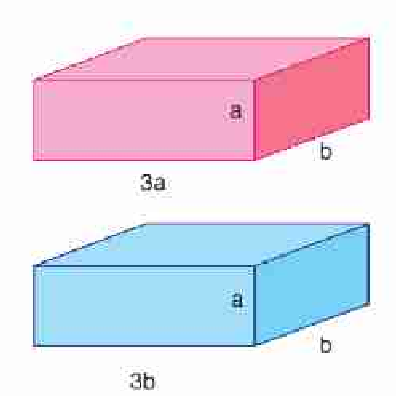
2) $6 \times 30 + 18 \times 15 - 24 \times 15$

6 [a] Retranche : $5x^2 + y^2 - 3xy$ de $x^2 - 2xy + 3y^2$

[b] Réduis la différence : $(7x y - 3x)^2 - (5x y - x)^2$

7 **Trouve la valeur numérique de l' expression suivante (2a+3b) - (3a-2b) pour $a = -1$, $b = 2$:**

8 Dans la figure ci-contre, on a fondue les deux parallélépipèdes rectangles pour faire un seul parallélépipède rectangle de hauteur (a + b). Trouve l'aire de la base de ce parallélépipède rectangle.



9 **Détermine la valeur de k pour que**

[a] l'expression $(6x^3 - 13x^2 - 13x + k)$ soit divisible par $(3x - 5)$ où $x \neq \frac{5}{3}$

[b] l'expression $(6x^3 - 3x^2 - 25x + k)$ soit divisible par $(x^2 + 4x + 3)$ où $x \neq -3$ et -1

Unité 3

Statistiques

Charl Frédric Gauss

(30 avril 1777 - 23 février 1855)

Nationalité : Allemande.
Beaucoup de savants ont fait progresser par leurs recherches les méthodes, les théorémes et les applications dans le domaine des statistiques, qu'ils ont établi sur des principes scientifiques.
L'un de ces savants Charl Frédric Gauss l'allemand (1777-1855).



Statistique

Tendances centrales

1- Moyenne arithmétique
2- Médiane
3- Mode

Première Leçon :

Tendances centrale

Compte tenu des phénomènes qui nous entourent et les valeurs que prennent les différents éléments de ce phénomène, on observe la plupart de ces valeurs proches les uns des autres qu'ils se rassemblent autour d'une certaine valeur

Par exemple, nous constatons qu'il ya une taille moyenne des tailles des étudiants de la classe, ainsi que des poids et d'autres phénomènes

Il y a plusieurs mesures statistique qui mesure la tendance des valeurs au centre de données statistiques, comme le moyenne arithmétique, la médiane et le mode.

1 – Moyenne arithmétique

Exemple (1): Ahmed va à son école du dimanche au jeudi et il prend son argent de séjour de son père pendant ces jours comme ce qui suit : 6 ; 4 ; 7 ; 3 ; 5 L.E.

Quelle est la valeur fixe qu'il peut prendre chaque jour pour avoir la même somme à la fin de la semaine.

Solution : La somme = 6 + 4 + 7 + 3 + 5 = 25

Le nombre des jours est 5 jours

La somme qu'il prend chaque jour = $\frac{25}{5} = 5\ L.E.$

Alors : $la\ moyenne\ arithmétique = \frac{la\ somme\ des\ valeurs}{leur\ nombre}$

Remarque: De l'exemple précédant, on remarque que la moyenne arithmétique est la somme qu'Ahmed prend chaque jour et vérifie la relation: 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 6 + 4 + 7 + 3 + 5

Exemple (2) : Détermine la valeur de x sachant que la moyenne des valeurs 8 ; x ; 7 ; 5 est 6.

Solution : La somme des valeurs = la moyenne arithmétique des valeurs × leur nombre

Alors 8 + x + 7+ 5 = 6 × 4

20 + x = 24 ; D'où x = 24 – 20 = 4

Exercices

1) Complète ce qui suit :

a) La moyenne arithmétique de valeurs 18 ; 35 ; 24 ; 6 est égale à ....

b) Si la moyenne de valeurs 3 ; 5 ; x est 4, alors x = ...

c) Si la somme des 5 nombres est 30 alors la moyenne de ces nombres est égale à ....

2) Détermine la moyenne arithmétique de chaque ensemble des valeurs suivantes :

(a) 4 ; 6 (b) 3 ; 5 (c) 3 ; 4

(d) 2 ; 4 ; 6 (e) 1 ; 3 ; 5 (f) 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5

(g) 6 ; 10 (h) $\frac{1}{2}$; 1 (i) 10 ; 20

(j) 35 ; 50 ; 60 ; 55

3) Si les températures pendant une semaine du mois de décembre est :

25° ; 27° ; 31 ; 23 ° ; 22 ° ; 22° ; 18°. Détermine la moyenne arithmétique de ces valeurs.

4) Si les heures d'étude d'une étudiante pendant 6 jours consécutifs est:

Jour	Samedi	Dimanche	Lundi	Mardi	Mercredi	Judi
Le nombre d'heures d'étude	$3\frac{1}{2}$	3	$2\frac{1}{2}$	3	4	2

Déterminer la moyenne arithmétique du nombre d'heures d'étude par jour.

5) Si les notes de Shérif en mathématiques pendant 3 mois sont comme ce qui suit :

89 ; 91 ; 96. Détermine la moyenne arithmétique des notes de Shérif.

Deuxième Leçon :

2 – Médiane

La médiane d'un ensemble des valeurs est la valeur qui se trouve au milieu exactement des valeurs quand les valeurs sont rangées croissantes ou décroissantes.

C'est-à-dire la médiane est la valeur qui partage l'ensemble des valeurs en deux ensemble des valeurs tel que le nombre des valeurs qui sont plus grand que la médiane est égale au nombre des valeurs qui sont inférieur que la médiane.

Exemple : Les notes de sept élèves dans un examen sont comme se qui suit :

13 ; 17 ; 15 ; 11 ; 18 ; 20 ; 14. Alors quelle est la note médiane de ces élèves ?

Solution : on range les valeurs croissant :

11 ; 13 ; 14 ; (15) ; 17 ; 18 ; 20

3 valeurs   3 valeurs

La note médiane = 15

Rang de la médiane :

Si le nombre des valeurs (n) est impair, alors la valeur dont le rang est $\frac{n+1}{2}$ quand on range les valeurs croissante ou décroissant, est la valeur médiane.

Dans l'exemple précédant : il ya 7 valeurs, alors le rang de la médiane est $\frac{7+1}{2} = 4$

Si le nombre des valeurs (n) est pair, alors le rang de la médiane est $\frac{n}{2}$ et se qui suit c – à – d

$\frac{n}{2}$; $\frac{n}{2} + 1$.

La valeur de la médiane dans ce cas est la moyenne de ces deux valeurs.

Exemple : Détermine le rang et la valeur de la médiane des valeurs : 2 ; 1 ; 6 ; 5 ; 2 ; 9. Le rang : 9 ; 6 ; 5 ; 3 ; 2 ; 1

Le rang de la médiane : $\frac{6}{2}$; $\frac{6}{2} + 1$ c – à – d troisième et quatrième

La valeur de la médiane = $\frac{5+3}{2} = 4$

Exercices

1) Choisis la bonne réponse :

a) Si le rang de la médiane est le quatrième, alors le nombre des valeurs est ....

(1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9

b) Si le rang de la médiane est le quatrième et le cinquième, alors le nombre des valeurs est

....

(1) 4 (2) 5 (3) 8 (4) 9

c) Si la médiane des a + 3 ; a + 2 ; a + 4 où $a \in \mathbb{Z}_+$ est 8, alors a = ...

(1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5

d) La médiane des valeurs 4 ; 8 ; 3 ; 5 est est ....

(1) 3 (2) 4 (3) 5 (4) 7

2) Détermine la médiane des ensembles des valeurs suivants :

a) 3 ; 5 ; 12 ; 11 ; 8

b) 3 ; 5 ; 12 ; 11 ; 8 ; 10

c) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; 1

d) -2 ; 0 ; -1 ; 1 ; 5

3) Le tableau suivant représente les notes de Guihad en un examen de mathématiques pendant 6 mois :

Mois	Octobre	Novembre	Décembre	Février	Mars	Avril
Note	41	35	47	37	44	48

Détermine :

a) La médiane des notes précédentes.

b) La moyenne arithmétique des notes précédentes.

Deuxième Leçon :

3 – Le Mode

Le mode d'un ensemble des valeurs est la valeur la plus répétée dans l'ensemble.

Le mode est une tendance centrale valable pour les données qualitatives.

Exemple (1) : les données suivantes représentent les âges d'un ensemble des personnes :

33 ; 20 ; 30 ; 25 ; 33 ; 48 ; 33 ; 25 ; 33 ; 20.Détermine le mode de ces âges.

Solution : 33

Exemple (2) : Si les mentions d'un ensemble des élèves dans un examen sont :

B ; A ; C ; B ; C ; B ; C ; B ; A ; D. Détermine le mode de cet ensemble

Solution : Le mode de cet ensemble est la mention B.

Remarque :

1) Si les données sont tous différentes, alors l'ensemble n'a pas mode.

Par exemple : 23 ; 25 ; 48 ; 57 ; 19 ; 33 ; 32

2) Des ensembles des données ont plusieurs modes.

Par exemple : 9 ; 7 ; 7 ; 7 5 ; 5 ; 4 ; 4 ; 4 ; 3 ; 2 a deux modes

et appelé un ensemble de deux modes.

Mais dans notre étude on étudiera les ensembles d'un seul mode.

Exercices

1) Complète ce qui suit :

a) Le mode des 14 ; 11 ; 12 ; 11 ; 14 ; 15 ; 11 est ....

b) Le mode des couleurs : rouge ; jaune ; rouge ; blanche ; noire ; rouge ; blanche est

la couleur ....

c) Si le mode des valeurs 15 ; 9 ; x + 1 ; 9 ; 15 ; est 9 alors x = ...

2) Choisis la bonne réponse :

a) Le mode des valeurs : 1 ; 3 ; 7 ; 3 ; 6 ; 7 ; 3 est ....

(1) 1 (2) 3 (3) 6 (4) 7

b) Si le mode des valeurs : 7 ; 5 ; y + 3 ; 5 ; 7 est 7 alors y = ...

(1) 3 (2) 4 (3) 5 (4) 7

3) Détermine : la moyenne ; la médiane ; le mode des valeurs :

5 ; 4 ; 10 ; 3 ; 3 ; 4 ; 7 ; 4 6 ; 5.

(Activité de l'unité)

1) Laquelle des valeurs suivantes est la moyenne arithmétiques des autres valeurs ?

26 ; 28 ; 29 ; 30 ; 37

2) Si la moyenne des notes de Karim dans 5 examens est 84 et la moyenne de 3 premiers examens est 80, alors quelle est la moyenne de deux derniers examens ?

3) Détermine la moyenne arithmétique et la médiane des ensembles des valeurs suivants :

a) 1 ; 2 ; 3 ; .... ; 8 ; 9 ; 10

b) 1 ; 2 ; 3 ; .... ; 8 ; 9 ; 10

c) 1 ; 2 ; 3 ; .... ; 99 ; 100

d) 1 ; 2 ; 3 ; .... ; 100 ; 101

e) 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10

f) 1 ; 3 ; 5 ; .... ; 99

Chacun des ensembles des valeurs précédents a – t – il une valeur modale ?

Unité 4

Géométrie et mesure

Euclide, (325 – 265 avant J.C).

Euclide, savant et mathématicien grec, est né à Alexandrie. On considère qu'il a posé les bases de la géométrie.

Quelques affirmations portent son nom, par exemple : «Ce qui est proposé ou donné sans démonstration peut être refusé de la même manière».

Quelques uns de ses définitions :

- Le point n'a pas de dimensions.
- La droite est une ligne qui n'a pas de largeur.

Quelques uns de ses axiomes :

- Par deux points distincts, passe une seule droite.
- Tout segment est prolongeable en une droite.
- Tous les angles droits sont égaux entre eux.



Leçons de l'unité 4

Leçon 1 : Notions géométriques

Leçon 2 : Superposition

Leçon 3 : Superposition des triangles

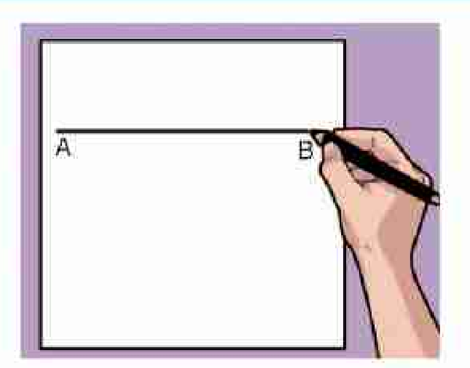
Leçon 4 : Parallélisme

Leçon 5 : Constructions géométriques

- Activités
- Épreuve de l'unité

Leçon 1 Notions géométriques

Segment



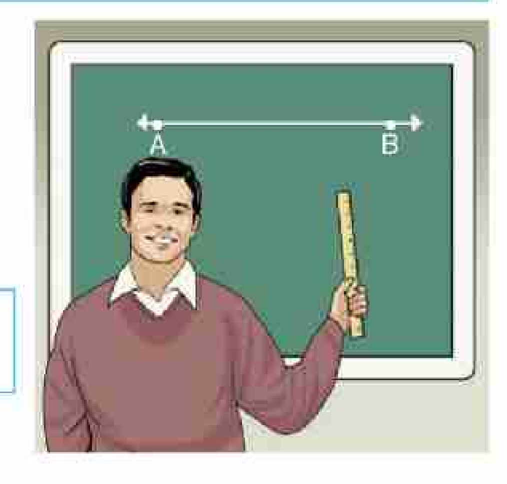
Place deux points A et B sur un papier blanc.

Joints les deux points pour avoir un segment.

Les points A et B sont appelés les extrémités du segment que l'on note $\overline{AB}$ ou $\overline{BA}$.

Un segment est un ensemble formé d'une succession de points reliant deux points.

Droite

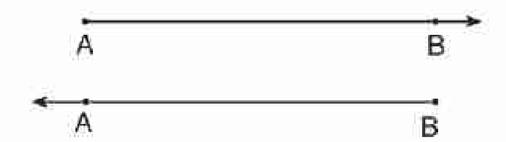


Mets une règle sur le segment AB et prolonge-le des extrémités A et B, on trouve que pour deux points distincts, il existe une seule droite passant par eux. La droite AB est notée $\overleftrightarrow{AB}$ ou $\overleftrightarrow{BA}$.

Une droite est formée d'une succession de points reliant deux points définis ou non définis

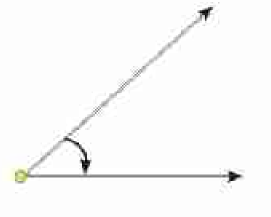
Demi-droite

Mets une règle sur le segment AB et prolonge-le des extrémités A et B, on trouve que le segment $\overrightarrow{AB}$ et tous les points dans la direction de A vers B sont formés une demi-droite notée $\overrightarrow{AB}$, A est son origine et elle n'a pas d'autre extrémité pour cela elle n'a pas de longueur. D'où : $\overline{AB} \subset \overleftrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{AB} \subset \overleftrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{BA} \subset \overleftrightarrow{AB}$



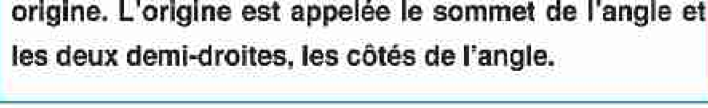
Angle

On considère qu'un angle est la rotation d'une demi-droite autour de son origine.



Si les points A, B et C ne sont pas alignés, alors $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ forment l'angle BAC noté $\angle BAC$ ou $\angle CAB$,

$\overrightarrow{AB} \cup \overrightarrow{AC} = \angle BAC$



Un angle c'est la réunion de deux demi-droites de même origine. L'origine est appelée le sommet de l'angle et les deux demi-droites, les côtés de l'angle.

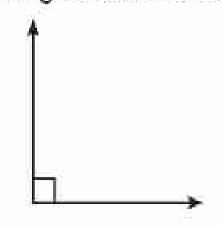


Un angle partage le plan en trois ensembles des points :

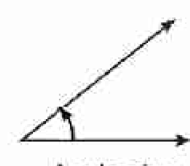
- L'angle.
- à l'intérieur de l'angle.
- à l'extérieur de l'angle.

Nature des angles

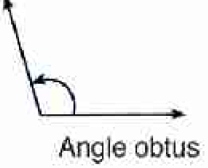
Les angles sont classés selon leurs mesures :



Angle droit
sa mesure est égale à 90°



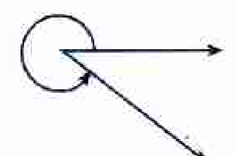
Angle aigu
0° < mesure de l'angle aigu < 90°



Angle obtus
90° < mesure de l'angle obtus < 180°



Angle plat
sa mesure est égale à 180° et ses côtés forment une droite



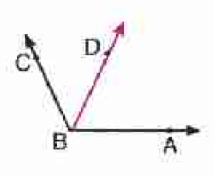
Angle rentrant
180° < mesure de l'angle rentrant <360°



Angle nul
sa mesure est égale à 0° et ses côtés sont confondus

Quelques relations entre les angles :

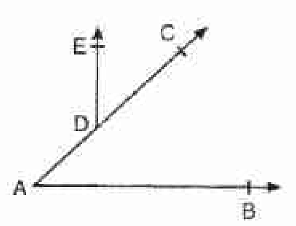
Angles adjacents



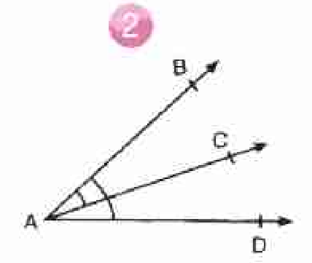
Deux angles sont adjacents s'ils ont le même sommet, un côté et les autres côtés sont situés de part et d'autre du côté commun.
∠ABD et ∠DBC sont adjacents, tandis que ∠ABD et ∠ABC ne sont pas adjacents.

On remarque que:





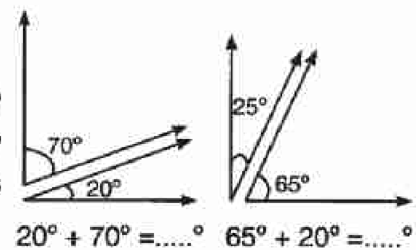
∠BAC et ∠EDC ne sont pas adjacents car ils n'ont pas le même sommet.



∠BAC et ∠BAD ne sont pas adjacents car les deux côtés $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont situés de même part du côté commun $\overrightarrow{AB}$

Angles complémentaires

Voici deux paires d'angles dont les mesures sont 70° et 20°
Voici deux paires d'angles dont les mesures sont 65° et 25°
Que remarques-tu, quand tu fais la somme des mesures des angles de chaque paire des angles ?

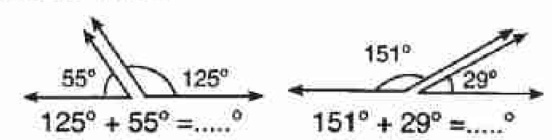


20° + 70° =.....° 65° + 20° =.....°

Deux angles sont complémentaires si la somme de leurs mesures est égale à 90°

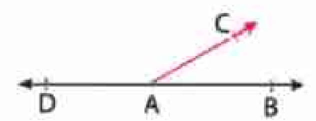
Angles supplémentaires

Voici deux paires d'angles dont les mesures sont 125° et 55°
Voici deux paires d'angles dont les mesures sont 29° et 151°
Que remarques-tu quand tu fais la somme des mesures des angles de chaque paire d'angles ?



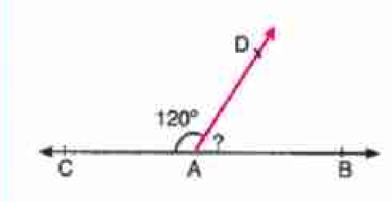
125° + 55° =.....° 151° + 29° =.....°

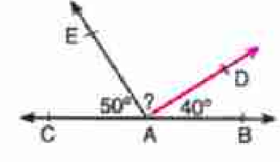
Deux angles sont supplémentaires si la somme de leurs mesures est égale à 180°.
Deux angles adjacents formés par l'intersection de demi-droite et une droite sont supplémentaires.

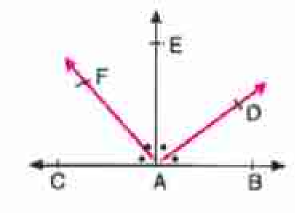


Exercice

Dans chacune des figures suivantes,
si $A \in \overleftrightarrow{BC}$, complète:



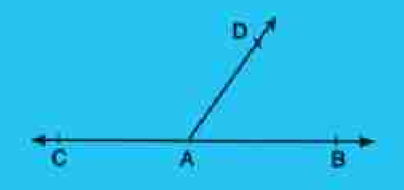




m (∠BAD) = ... °   m (∠DAE) = ...°   m (∠BAD) = ...°

Activité

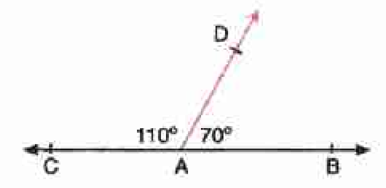
Trace deux angles adjacents BAD et DAC dont la somme est égale à 180°.
Trace plusieurs angles de la même manière.
Quelle est la relation entre $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$?



Si les deux angles adjacents sont supplémentaires, alors les deux côtés non commun forment une droite.

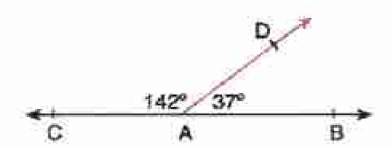
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
forment une droite

Exemple 1



$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont alignés car:

m (∠BAD) + m (∠DAC) = 180°



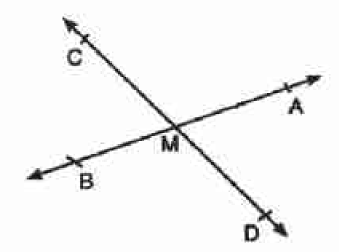
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas alignés car:

m (∠BAD) + m (∠DAC) ≠ 180°

Angles opposés par le sommet :

Trace $\overleftrightarrow{AB}$ et $\overleftrightarrow{CD}$ qui se coupent en M. Mesure les angles ∠AMC ; ∠CMB, ∠BMD, ∠AMD.

Que remarques -tu ?

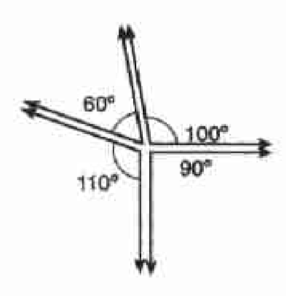


Si deux droites sont sécantes, les angles Opposés par le sommet ont la même mesure.

Angles formés autour d'un point

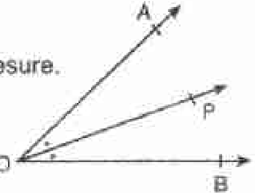
Trace des angles de mesures 100° ; 60° ; 110° et 90° comme la figure ci-contre.

Que remarques-tu quand tu fais la somme des mesures de ces angles ?



La somme des mesures des angles formés autour d'un point est égale à 360°.

Bissectrice d'un angle



C'est la demi-droite qui partage l'angle en deux angles de même mesure.

Si la demi-droite $\overrightarrow{OP}$ est la bissectrice de ∠AOB,

alors m (∠AOP) = m (∠POB) = $\frac{1}{2}$ m (∠AOB)

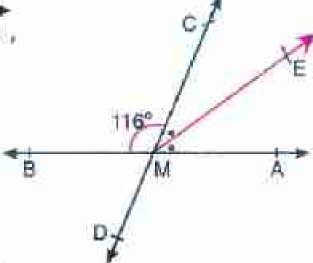
Exemple 2

Dans la figure ci-contre :

Mets le point d'intersection de deux droites $\overleftrightarrow{AB}$ et $\overleftrightarrow{CD}$,

$\overrightarrow{MA}$ est la bissectrice de ∠AMC. m (∠BMC) = 116°

Détermine : m (∠AMC) , m (∠AMD) et m (∠AME).



Solution

m (∠AMC) = 180° – 116° = 64°

m (∠AMD) = m (∠CMB) = 116°   apposé par le sommet

m (∠AME) = $\frac{1}{2}$ m (∠AMC) = $\frac{64°}{2}$ = 32°

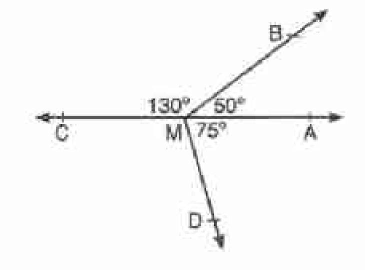
Exemple 3

Dans la figure ci-contre,

complète :

(1) m (∠CMD) = ...°

(2) ..... , ... forment une droite.



(1) m (∠CMD) = 360° – (50° + 130° + 75°) = 105°

(2) $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MC}$ forment une droite.

Exercices (4 –1)

1 Complète :

[a] Si m ($\angle$A) = 80°, alors m ($\angle$A rentrant) = ...°

[b] Si les angles complémentaires qui ont même mesure, la mesure de chacun de ces angles est égale à .....°

2 Trace un angle BAC .

[a] Détermine sa mesure.

[b] Trace la demi-droite $\overrightarrow{AD}$ entre les demi-droites $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB}$ telle que m($\angle$DAC) = $\frac{1}{2}$ m ($\angle$BAC)

[c] Est-ce que $\overrightarrow{AD}$ est la bissectrice de $\angle$BAC ?

[d] Prolonge $\overrightarrow{CA}$ jusqu'au point H.

[e] Trace $\overrightarrow{AE}$ la bissectrice de $\angle$BAH. Détermine les mesures des angles avant les réponses de (f) et (g)

[f] Détermine les paires d'angles complémentaires.

[g] Détermine les paires d'angles supplémentaires.

3 a) En utilisant un rapporteur, trace des angles de mesures :

[a] 60° [b] 115° [c] 195° [d] 245°

puis précise la nature de chacun.

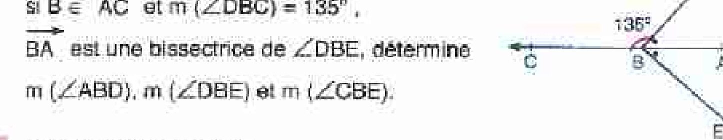
b) Trouve les supplémentaires des angles de mesures.

[a] 10° [b] 117° [c] 82° [d] $92\frac{1}{2}^{\circ}$

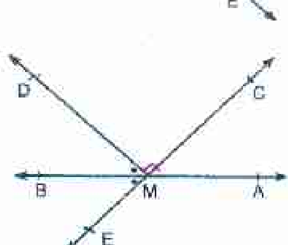
c) Trouve les complémentaires des angles de mesures.

[a] 37° [b] 48° [c] 45° [d] $22\frac{1}{2}^{\circ}$

4 Dans le figure ci contre,
si B ∈ $\overleftrightarrow{AC}$ et m ($\angle$DBC) = 135° ,
$\overrightarrow{BA}$ est une bissectrice de $\angle$DBE, détermine
m ($\angle$ABD), m ($\angle$DBE) et m ($\angle$CBE).



5 Dans la figure ci-contre,
si $\overleftrightarrow{AB}$ ∩ $\overleftrightarrow{CE}$ = {M},
$\overrightarrow{MD}$ ⊥ $\overleftrightarrow{CE}$ = $\overrightarrow{MB}$
est la bissecrtice de $\angle$DME .
Calcule les mesures des angles
$\angle$BME ; $\angle$DME ; $\angle$AMC ; $\angle$AME



Leçon 2 Superposition

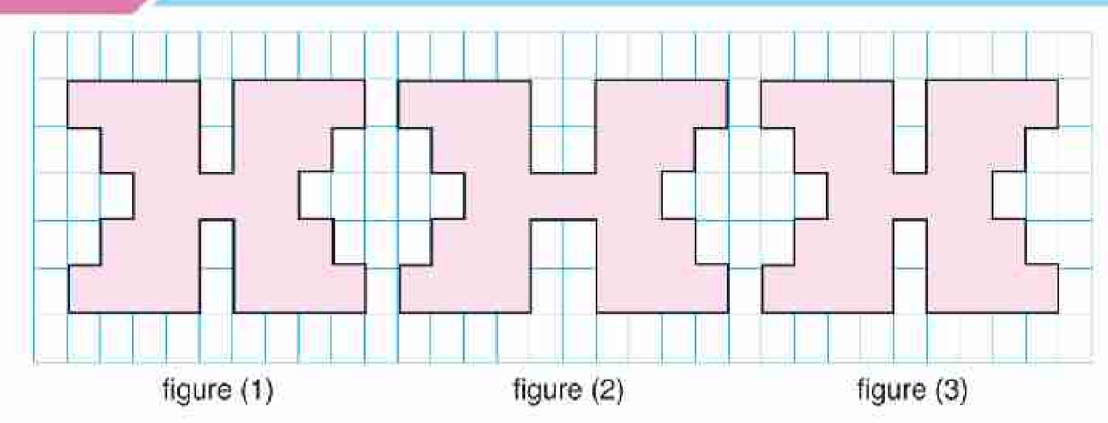


figure (1) figure (2) figure (3)

Reproduis la figure (1) sur un papier calque et mets la sur les figures (2) et (3) puis complète :

Les figures (......) et (......) sont superposables mais les figures (......) et (......) ne sont pas superposables.

Deux polygones sont superposables si les côtés correspondants ont même longueur et les angles correspondants ont même mesure
Deux polygones sont superposables, ont la même forme. Les longueurs des côtés et les mesures des angles qui se correspondent dans la superposition sont égales.
Nous dirons que les deux figures sont superposables. Elles ont les mêmes dimensions.
Deux segments sont superposables s'ils ont même longueur.
Deux angles sont superposables s'ils ont même mesure.



- Les polygones ABCDE et FGCDH sont superposables.

Complète :

CH =......, EK =......

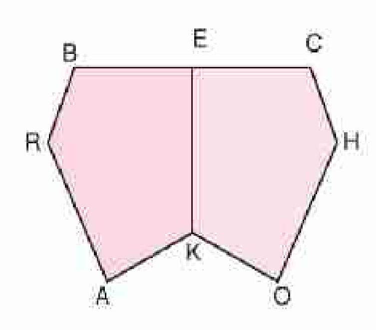
HO =......, EC =......

KO =......, $\overline{KE}$ côté commun aux polygones

m (∠C) = m (∠......), m (∠OKE) = m (∠......)

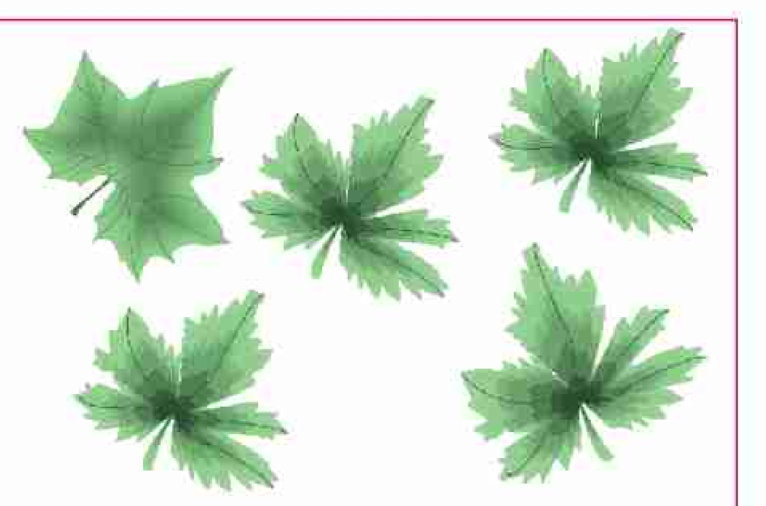
m (∠H) = m (∠......), m (∠KEC) = m (∠......)

m (∠O) = m (∠......)



Exercices (4- 2)

1 Laquelle des feuilles n'est pas superposable aux autres?



2 Dans la figure ci-contre, les polygones sont superposables.

Complète

[a] le sommet B correspond au sommet...

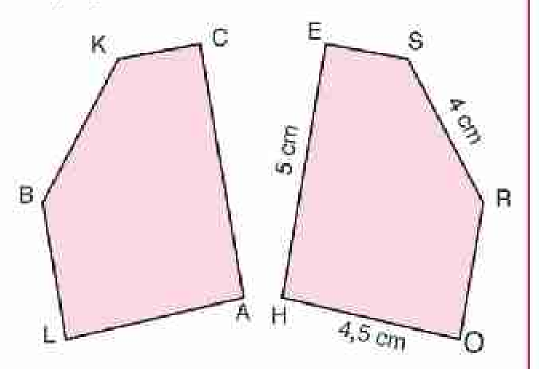
[b] le polygone BLACK est superposable au polygone.......

[c] KB =...... cm.

[d] m (∠E) = m (∠......)

[e] CA =.......

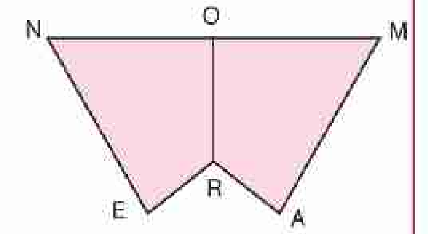
[f] m (∠ A) = m (∠......)



3 Dans la figure ci-contre $\overleftrightarrow{OR}$ est un axe de symétrie de NWRAM, O ∈ $\overline{NM}$.

[a] Complète.

- le polygone NERO est superposable au polygone.......
- le côté commun aux polygones est.......



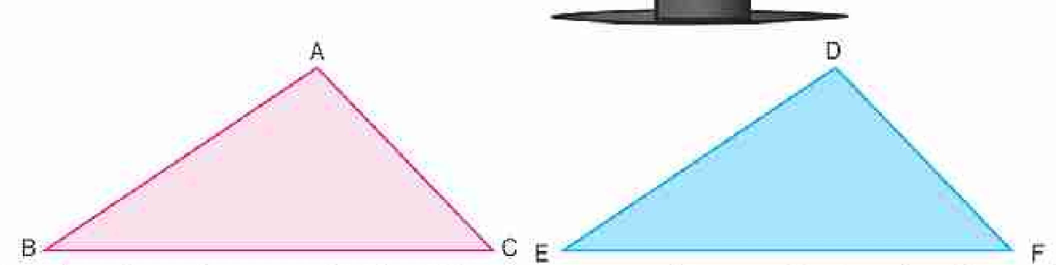
[b] Pourquoi les propositions suivantes sont vraies.

1. O est le milieu de $\overline{NM}$.
2. ∠NOR correspond ∠ M O R.
3. $\overline{RO} \perp \overline{NM}$.
4. $\overline{OR}$ au polygone NERO correspond $\overline{OR}$ au polygone ABXY.

Leçon 3 Superposition des triangles

Un triangle a 6 éléments, 3 côtés et 3 angles

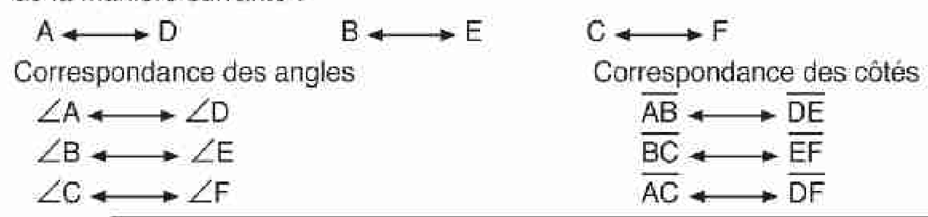
Deux triangles sont superposables si chaque élément est superposable à l'élément correspond. A l'aide d'un papier calque, reproduis le triangle ABC et mets-le sur le triangle DHE. Et vérifie que les deux triangles sont superposables.



Quand on donne les noms de deux triangles superposables, on cite dans le même ordre les sommets correspondants. Dans le cas précédent A et D se correspondent, B et H aussi, ainsi que C et E

On va voir que chaque élément est superposable à l'élément correspond. On peut l'exprimer de la manière suivante :

A ⟷ D B ⟷ E C ⟷ F



Le symbole ≡ est utilisé pour la superposition qui se lit superposable à ABC ≡ DEF qui se lit le triangle ABC superposable au triangle DEF

Quand on donne les noms de deux triangles superposables, on cite dans le même ordre les sommets correspondants

$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$

On peut écrire les deux triangles dans l'ordre par 6 manières.

$\triangle BCA \equiv \triangle EFD$

$\triangle CAB \equiv \triangle FDE$

⋮ ⋮

Comment démontrer que deux triangles sont superposables

- Pour démontrer que deux triangles sont superposables : ce n'est pas nécessaire de trouver les six éléments correspondants aux triangles.
- Il suffit de démontrer que 3 éléments d'un triangle sont superposables aux éléments correspondants à l'autre triangle pour qu'au moins un de ces éléments soit un côté.

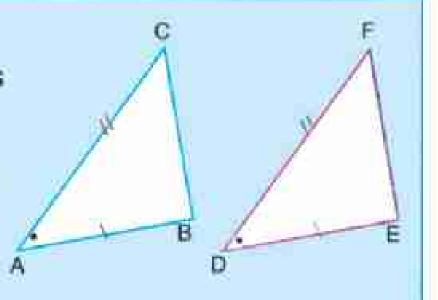
Activité 1

- Trace les triangles ABC et DEF dans lesquels $m(\angle FDE) = m(\angle CAB)$, $DE = AB$, $DF = AC$

Mesure les longueurs de $\overline{BC}$ et $\overline{EF}$, les angles $\angle ABC$ et $\angle DEF$. Que remarques-tu ?

Répète le travail précédent avec autres triangles.

Vérifie que les triangles sont superposables.



- Les conditions précédentes sont-elles suffisantes pour que $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$?

Premier cas de superposition de deux triangles

Deux triangles ayant deux côtés respectifs de même longueur et l'angle compris entre ces côtés de même mesure, sont superposables.

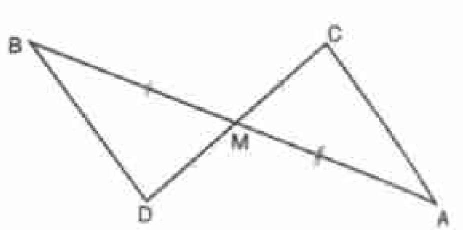
Exemple

Dans la figure ci-contre,

$\overline{AB} \cap \overline{CD} = \{M\}$, $AM = BM$, $CM = DM$.

Les deux triangles AMC et BMD

Sont-ils superposables ? Pourquoi ?



Solution

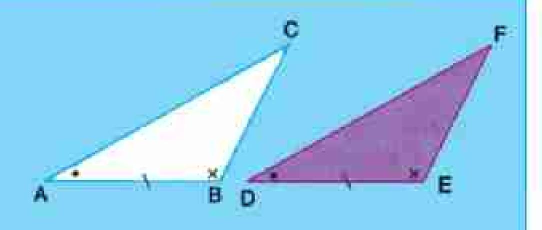
D'après la figure, $AM = BM$, $CM = Dm$

et $m(\angle AMC) = m(\angle BMD)$ opposés par le sommet.

$\therefore \triangle AMC \equiv \triangle BMD$ (Superposition, par deux côtés et l'angle compris)

Activité 2

- Trace les triangles ABC et DEF dans lesquels AB = DE, m(∠CAB) = m(∠FDE), m(∠CBA) = m(∠FED). Mesure les longueurs des $\overline{AC}$, $\overline{DF}$, $\overline{BC}$, $\overline{EF}$, les angles ∠ACB et ∠DFE. Que remarques-tu ?



Répète le travail précédent avec d'autres triangles. Vérifie que les triangles sont superposables.

Deuxième cas de superposition de deux triangles

Deux triangles ayant un côté de même longueur et deux angles respectifs de même mesure, sont superposables.

Exercice

Dans la figure ci-contre,

complète :

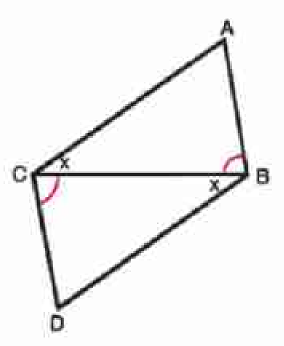
△ ABC ≡ ..... (Pourquoi ?)

De la superposition, on déduit que :

m (∠A) = m (∠ .....),

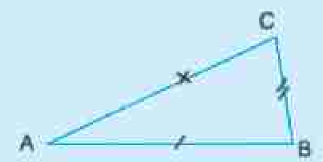
AB = ...,

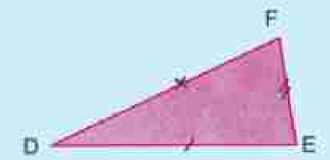
..... = BD



Activité 3

- Trace les triangles ABC et DEF dans lesquels AB = DE, DF = AC, BC = EF
  Mesure les angles ∠CAB, ∠FDE, ∠ABC, ∠DEF, ∠ACB, ∠DFE. Que remarques-tu ?
- Répète le travail précédent avec d'autres triangles. Vérifie que les triangles sont superposables.
- Les conditions précédentes sont-elles suffisantes pour que △ABC ≡ △DEF ?





Troisième cas de superposition de deux triangles

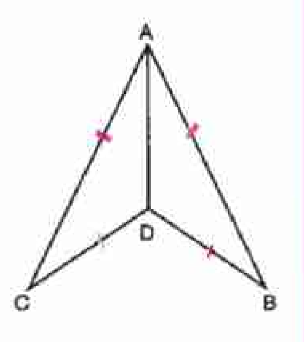
Deux triangles ayant leurs côtés respectifs de même longueur, sont superposables

Exemple

Dans la figure ci-contre,

AB = AC, BD = CD.

Démontre que $\overrightarrow{AD}$ est une bissectrice de ∠A



Solution

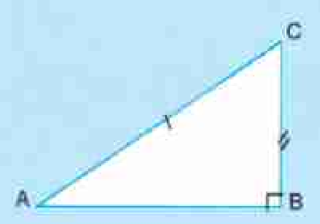
△ ABD ≡ △ ACD (par les côtés correspondants)

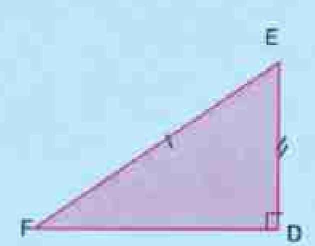
∴ m (∠BAD) = m (∠CAD)

∴ $\overrightarrow{AD}$ est une bissectrice de ∠A.

Activité 4

- Trace les triangles rectangles ABC et FDE dans lesquels m(∠D) = m(∠B) = 90°, FE = CA et ED = BC.
  Mesure les longueurs des angles ∠CAB et ∠EFD, ∠ACB, ∠FED.
  Que remarques-tu ?
- Répète le travail précédent avec d'autres triangles. Vérifie que les triangles sont superposables.
- Les conditions précédentes sont-elles suffisantes pour que △ABC ≡ △FDE ?



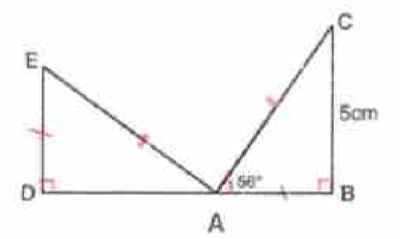


Cas particulier de superposition de deux triangles rectangles

Deux triangles rectangles ayant l'hypoténuse de même longueur et un côté de l'angle droit de même longueur, sont superposables.

Exemple

Dans le figure ci-contre,
étudie la superposition
des deux triangles, puis
détermine: m (∠AED) et la longueur de $\overline{AD}$



Solution

△ ABC ≡ △ EDA

∴ m (∠AED) = m (∠CAB) = 56°

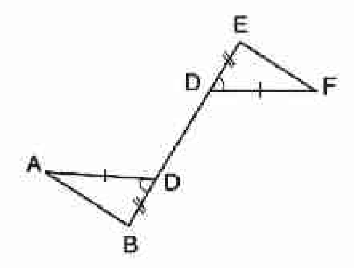
∴ AD = CB = 5 cm

Exercice

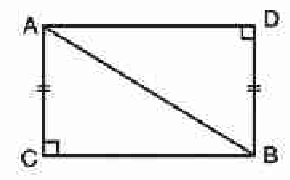
Les mêmes symboles indiquent les éléments superposables.

- Cite les triangles superposables, les triangles non superposables. (en justifiant les réponses).

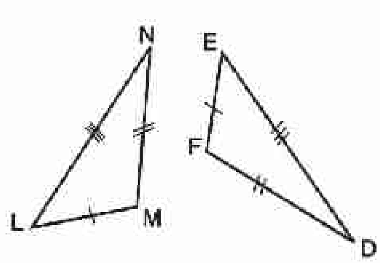
[1]



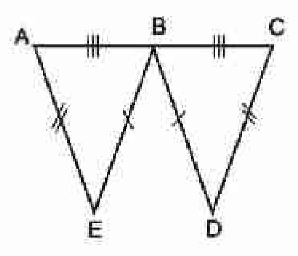
[2]



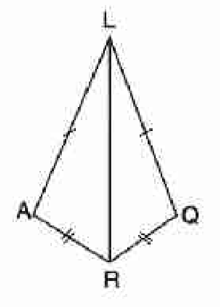
[3]



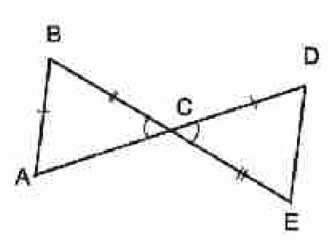
[4]



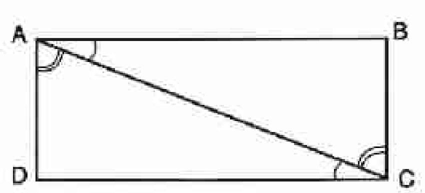
[5]



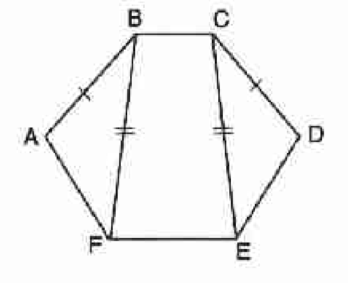
[6]



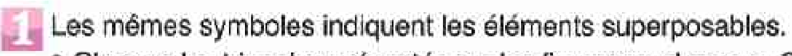
[7]



[8]



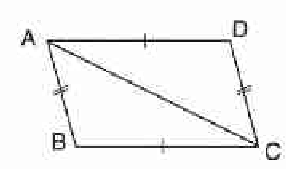
Exercices (4 -3)



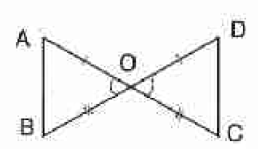
1 Les mêmes symboles indiquent les éléments superposables.

- Observe les triangles présentés sur les figures au dessous. Sont-ils superposables ?
- Si oui, cite le cas de superposition, si non donne une raison.

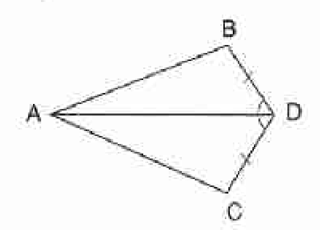
[a]



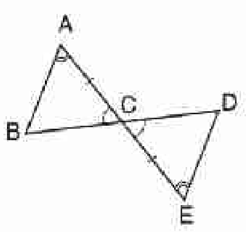
[e]



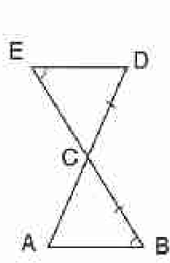
[b]



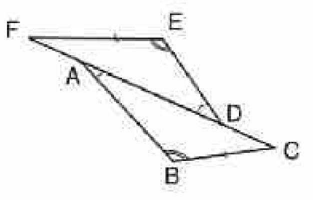
[f]



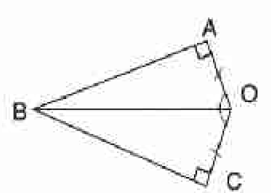
[c]



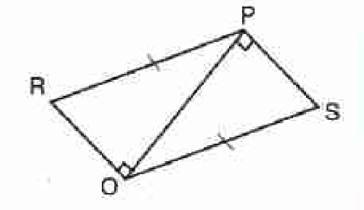
[g]



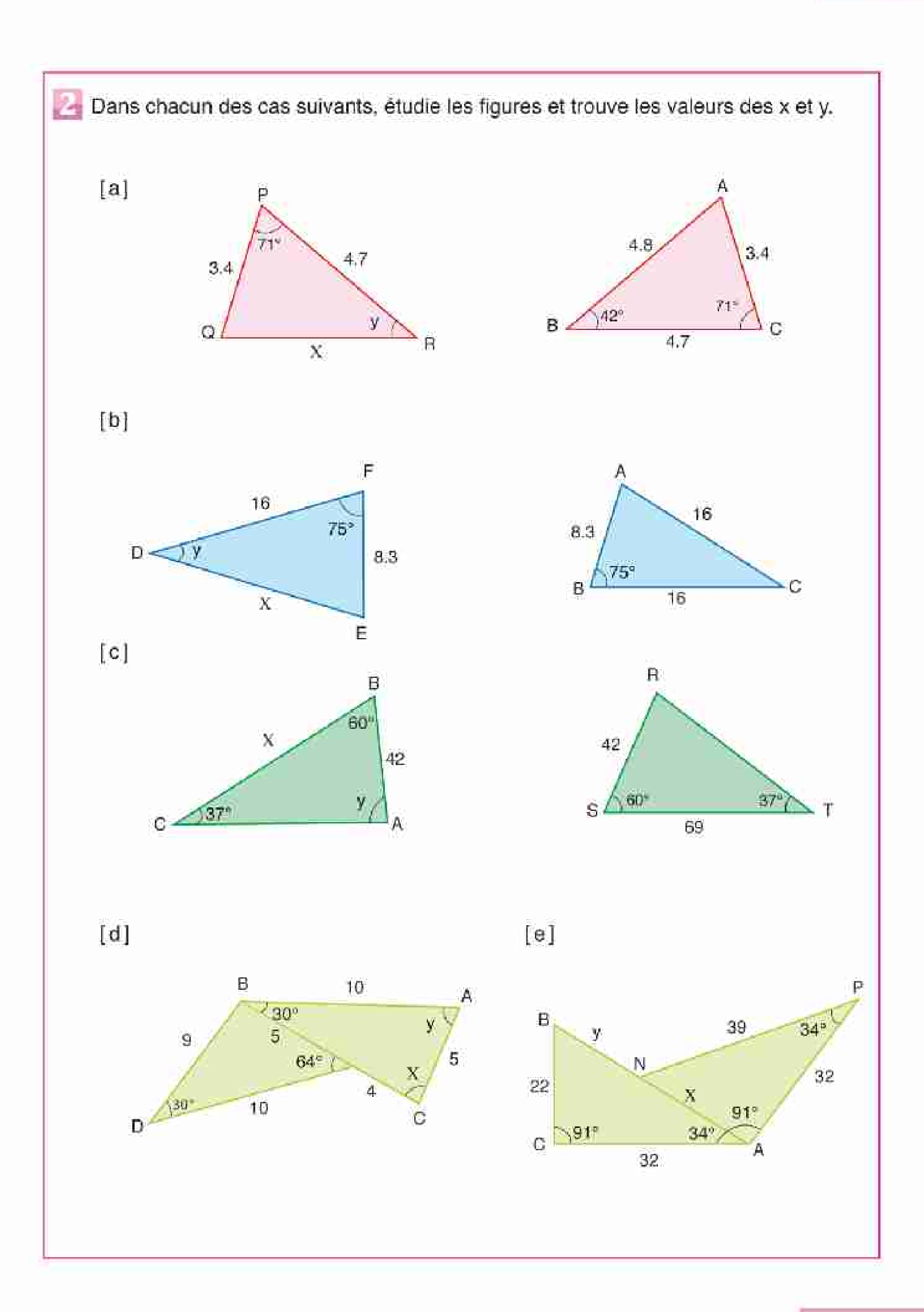
[d]



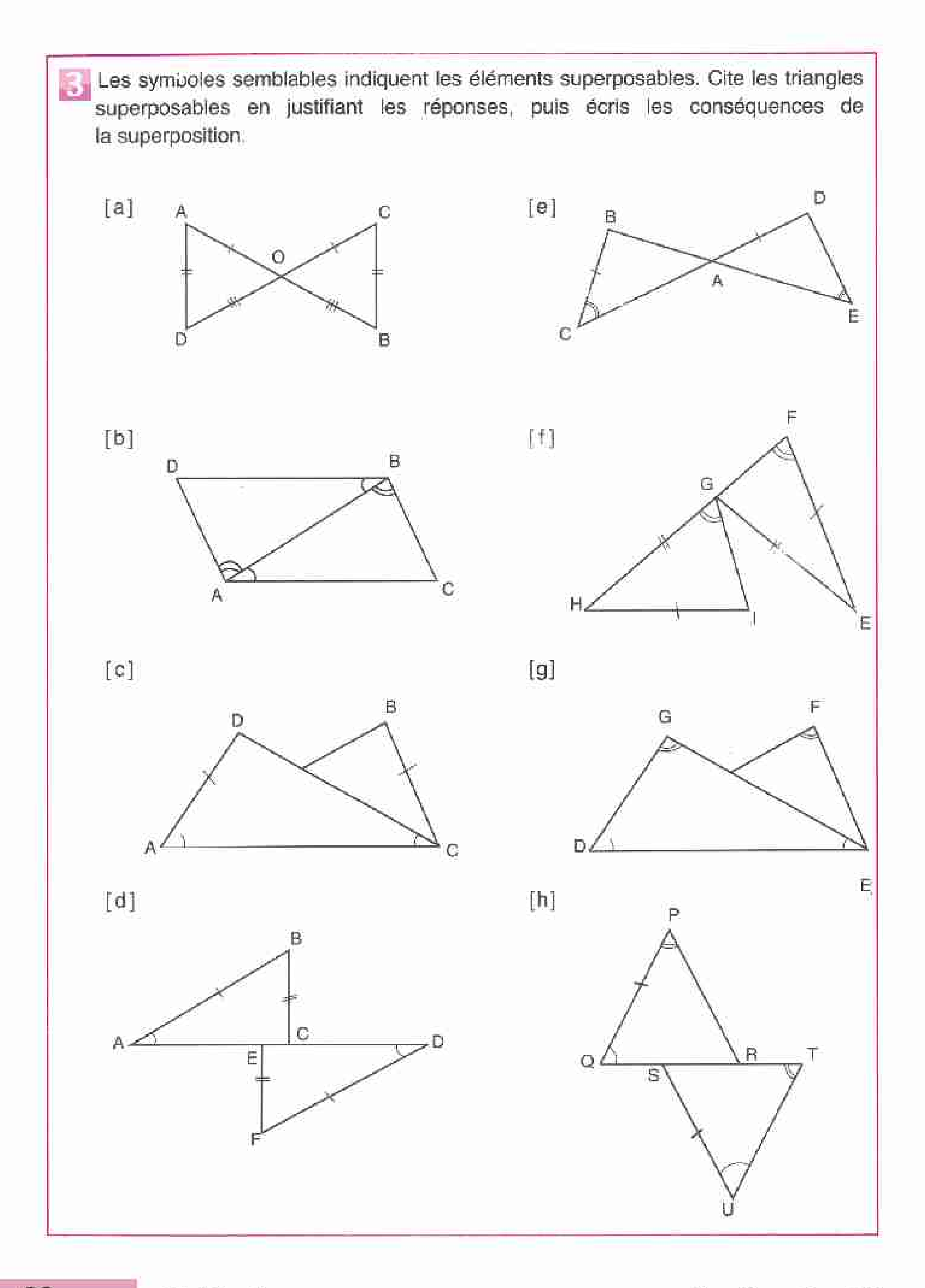
[h]



2 Dans chacun des cas suivants, étudie les figures et trouve les valeurs des x et y.



3 Les symboles semblables indiquent les éléments superposables. Cite les triangles superposables en justifiant les réponses, puis écris les conséquences de la superposition.



4 Etudie les hypothèses des triangles ABC et XYZ. Si les hypothèses sont suffisantes pour la superposition écris « triangles superposables », indique le cas de superposition et si les hypothèses sont insuffisantes pour la superposition. Justifie.

[a] $AB = YX$, $AC = XZ$, $\angle A \equiv \angle X$

[b] $BC = YZ$, $BA = XY$, $\angle B \equiv \angle Z$

[c] $AB = YZ$, $BC = YX$, $AC = XZ$

[d] $AB = XY$, $CA = ZX$, $\angle B \equiv \angle Y$

[e] $\angle B \equiv \angle Z$, $\angle C \equiv \angle X$, $BC = XZ$

[f] $\angle A \equiv \angle X$, $\angle B \equiv \angle Y$, $AC = YZ$

5 Mets le sign (√) devant les phrases correctes:

[a] Deux triangles ayant leurs côtés respectifs de même longueur, sont superposables.

[b] Deux triangles ayant leurs angles respectifs de même mesure, sont superposables.

[c] Deux triangles rectangles ayant deux côtés respectifs de même longueur, sont superposables.

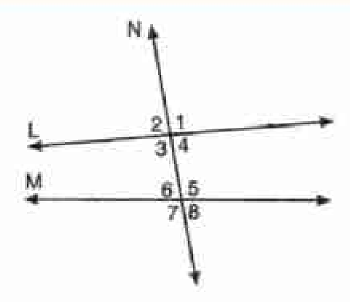
[d] Deux triangles rectangles ayant l'hypoténuse de même longueur et un angle aigu de même mesure, sont superposables.

[e] Deux triangles rectangles ayant l'hypoténuse de même longueur et un côté de l'angle droit de même longueur, sont superposables.

6 [a] Trace un triangle dont les mesures de ses angles sont 50°, 60° et 70°

[b] Peut-on tracer un autre triangle avec les mêmes mesures des angles qui n'est pas superposable à ce triangle ?

Leçon 4 Parallélisme

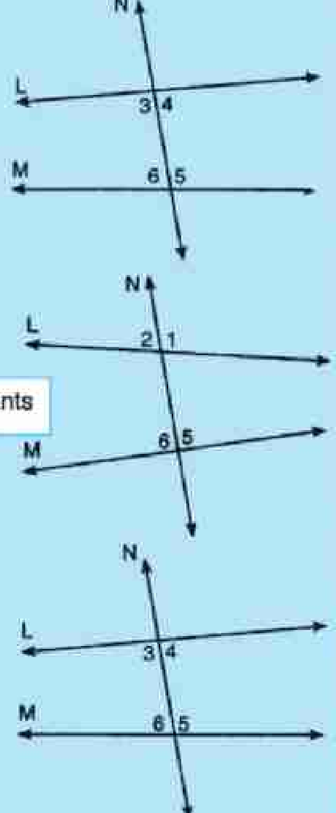


A l'aide d'une règle et une équerre, trace deux droites L et M, puis trace une troisième N qui coupe les deux droites.

8 angles différents sont formés qu'on peut classifier en trois types :

angles alternes-internes, angles correspondants et angles intérieurs d'un même côté de la sécante.

Activités



1 Complète :

∠ 3 et ∠ 5 sont deux angles alternes-internes

∠ ..... et ∠ ...... sont deux angles alternes-internes

Où cas ou les deux droites L et M sont parallèles, compare les mesures des angles alternes-internes

2 ∠ 1 et ∠ 5 sont deux angles correspondants

∠.... et ∠..... sont deux angles correspondants.

Détermine les autres paires des angles correspondants

Où cas ou les deux droites L et M dont parallèles, compare les mesures des angles correspondants.

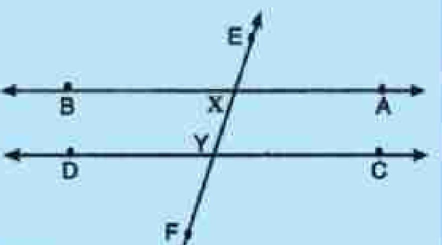
3 ∠ 4 et ∠ 5 sont deux angles intérieurs d'un même côté de la sécante

De même .... et .... sont deux angles intérieurs d'un même côté de la sécante

Détermine les autres paires des angles intérieurs d'un même côté de la sécante.

Où cas ou les deux droites L et M sont parallèles, calcule la somme de chaque deux angles intérieurs de la même côté de la sécante. Que remarques-tu ?

Activité 1



D'un point à l'extérieur de la droite $\overleftrightarrow{AB}$, trace la droite $\overleftrightarrow{CD}$ parallèle à la droite $\overleftrightarrow{AB}$, puis trace une sécante $\overleftrightarrow{EF}$ qui coupe les droites $\overleftrightarrow{CD}$ et $\overleftrightarrow{AB}$ en X et Y respectivement :

- Détermine la mesure de deux angles alternes internes.
- Détermine la mesure de deux angles correspondants.
- Détermine la mesure de deux angles intérieurs d'un même côté de la sécante, puis trouve leur somme.

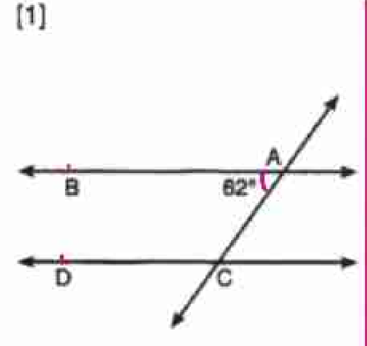
Dessine des positions différentes de la sécante $\overleftrightarrow{EF}$. Que remarques-tu ?

- Si une droite coupe deux droites parallèles, alors :
1) les angles alternes internes sont de même mesure.
2) les angles correspondants sont de même mesure.
3) les angles intérieurs et d'un même côté de la sécante sont supplémentaires.

Exercice

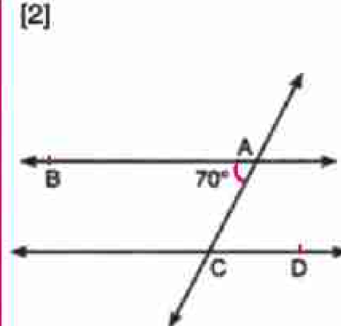
Dans chacune des figures suivantes, Si $\overleftrightarrow{AB}$ // $\overleftrightarrow{CD}$, complète :

[1]



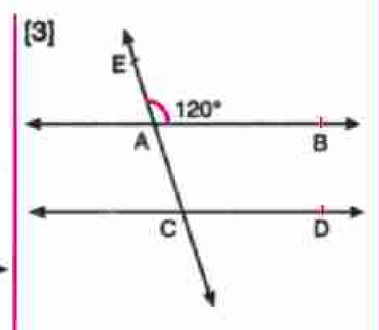
m (∠ACD) = ...° – ..... °
= .....°

[2]



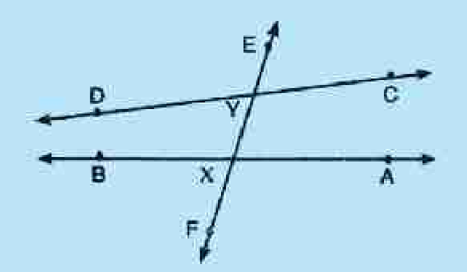
m (∠ACD) = m (∠.....)
= .....°

[3]



m (∠ACD) = m (∠.....)
= .....°

Activité 2



[a] Trace deux droites $\overleftrightarrow{AB}$ et $\overleftrightarrow{CD}$, comme sur la figure ci-contre, puis trace une sécante $\overleftrightarrow{EF}$ qui les coupe en X et Y respectivement:

Détermine la mesure des angles alternes internes $\angle CYX$ et $\angle BXY$

Fais tourner la droite $\overleftrightarrow{CD}$ autour du point Y pour que la mesure de $\angle CYX$ soit égale à la mesure de $\angle BXY$. Examine le parallélisme des droites $\overleftrightarrow{CD}$ et $\overleftrightarrow{AB}$ en dessinant la droite $\overleftrightarrow{MN}$ passant par Y et parallèle à $\overleftrightarrow{AB}$.

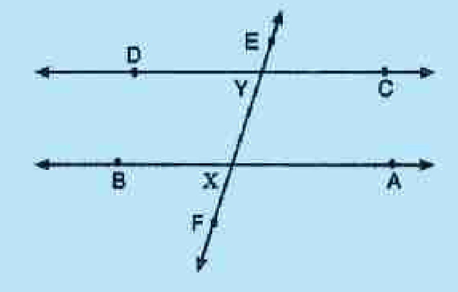
Est-ce que les deux droites $\overleftrightarrow{MN}$ et $\overleftrightarrow{CD}$ sont confondues ?

[b] Répète le travail précédent pour :

[1] les angles correspondants.

[2] les angles intérieurs d'un même côté de la sécante.

Que remarques-tu ?



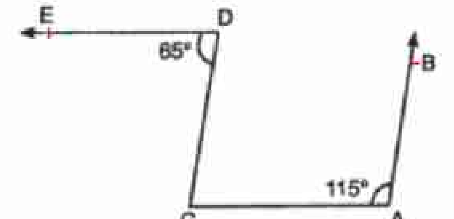
- Deux droites coupées par une sécante sont parallèles si l'une des conditions suivantes est vérifiée :

1) des angles alternes internes sont de même mesure.
2) des angles correspondants sont de même mesure.
3) des angles intérieurs d'un même côté de la sécante sont supplémentaires..

Exemple

Dans la figure ci-contre,

si $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$, est-ce que $\overrightarrow{AC} \parallel \overrightarrow{DE}$? Pourquoi ?



Solution:

m ($\angle$C) = 180° – 115° = 65° car ....

$\therefore$ m ($\angle$C) = m ($\angle$D) = 65°

$\therefore$ $\overrightarrow{AC} \parallel \overrightarrow{DE}$

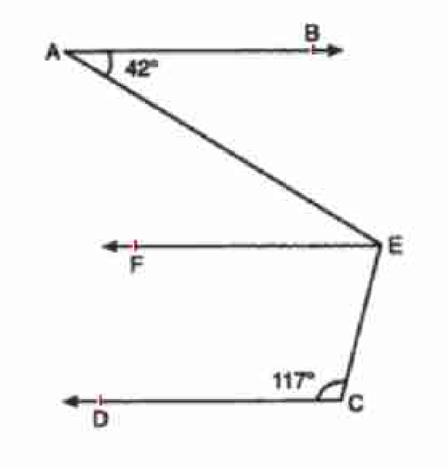
Exercice

Dans la figure ci-contre :

$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{EF} \parallel \overrightarrow{CD}$,

m ($\angle$A) = 42°, m ($\angle$C) = 117°

Détermine m ($\angle$AEC)



Solution:

m ($\angle$AEC) = m ($\angle$A) + m ($\angle$ ....)

= .... ° + ...°

= ....°

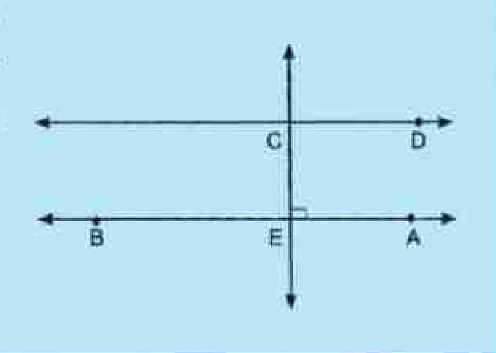
car ....

Activité 3

Depuis un point extérieur à la droite $\overleftrightarrow{AB}$, trace $\overleftrightarrow{CD}$ // $\overleftrightarrow{AB}$, puis trace une droite passant par C et perpendiculaire à $\overleftrightarrow{AB}$ qui la coupe en E comme dans la figure.

Trouve la mesure $\angle$ **CDE**

Déduis la relation entre les droites $\overleftrightarrow{CD}$ et $\overleftrightarrow{CE}$.



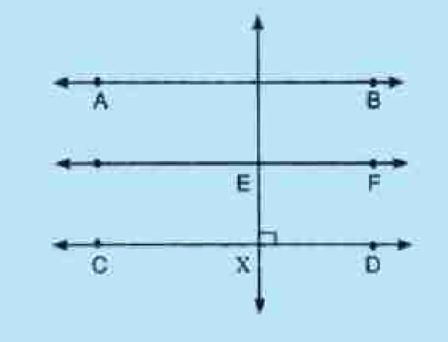
- **Dessine des positions relatives des droites $\overleftrightarrow{CE}$ ou $\overleftrightarrow{CD}$. Que remarques-tu ?**

Activité 4

Trace une droite $\overleftrightarrow{AB}$ parallèle à la droite $\overleftrightarrow{CD}$, puis trace une troisième $\overleftrightarrow{EF}$ parallèle à la droite $\overleftrightarrow{AB}$. Trace la droite $\overleftrightarrow{EX}$ $\perp$ $\overleftrightarrow{CD}$ qui la coupe en X.

Trouve la mesure $\angle$FEX

Est-ce que les **deux** droites $\overleftrightarrow{EF}$ et $\overleftrightarrow{CD}$ sont parallèles ? Justifie ta réponse.

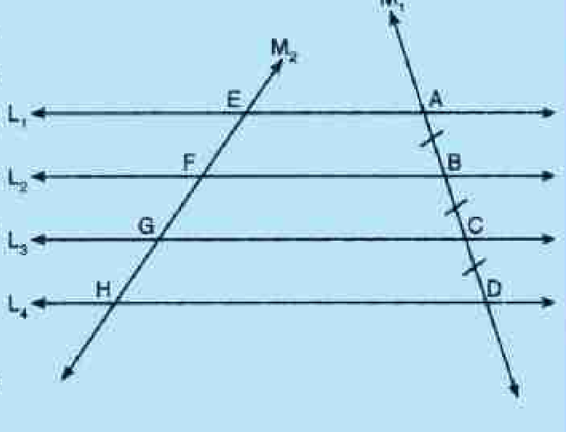


- **Dessine des positions relatives des droites $\overleftrightarrow{EX}$ ou $\overleftrightarrow{CD}$. Que remarques-tu ?**

- **Les deux droites parallèles à une même troisième, sont parallèles.**

Activité 5

Trace plusieurs droites L_1, L_2, L_3, L_4
Trace une sécante M_1, qui coupe ces droites en A, B, C, et D telle que AB = BC = CD. trace une autre sécante M_2 qui coupe les mêmes droites en E, F, G, et H
Est-ce que EF = FG = GH ?
Trace M_2 dans des positions différentes
Que remarques-tu ?



- **Si plusieurs droites parallèles coupées par une sécante déterminent des segments de même longueur, alors toute autre sécante qui les coupe détermine des segments de même longueur.**

Exercice

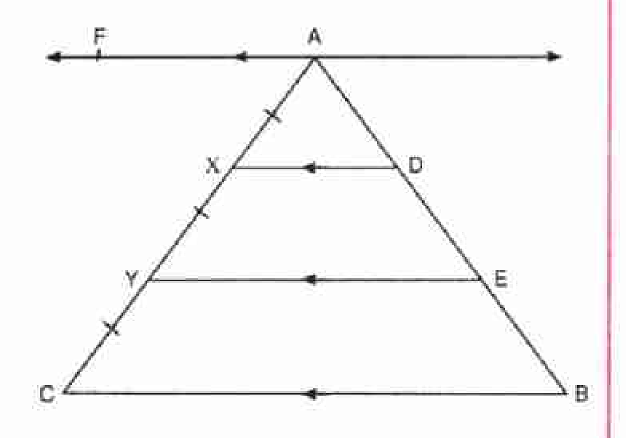
Dans la figure ci-contre,

$\overleftrightarrow{AF} \parallel \overleftrightarrow{DX}$, $\overleftrightarrow{EY} \parallel \overleftrightarrow{BC}$,

AX = XY = YC,

AB = 12 cm

Trouver la longueur de $\overline{BE}$



Solution:

$\overleftrightarrow{AF}$ // .... // .... // .... et

AX = ... = ...

$\therefore$ AD = DE = EB

$\therefore$ BE = $\frac{1}{3}$ AB = 4 cm

Exercices (4-4)



Complète :

[a] Si une droite est perpendiculaire à l'une de deux droites parallèles, alors, elle est .... à l'autre.

[b] Si deux droites sont parallèles à une troisième droite, alors ....

[c] Si une droite coupe deux droites parallèles, alors :

[1] Les angles alternes-internes sont ....

[2] Les angles correspondants sont ....

[3] Les angles intérieurs et d'un même côtés de la sécante sont ....

[d] Deux droites coupées par une sécante sont parallèles si l'une des conditions suivants est vérifiée:

[1] deux angles .... sont de même mesure

[2] deux angles .... sont de même mesure

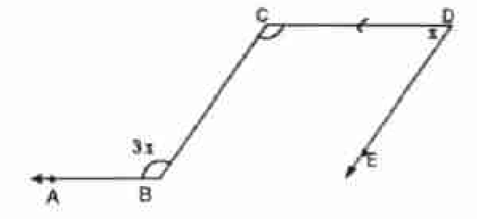
[3] deux angles .... et d'un même côté de la sécante sont ....

[e] Si deux droites sont sécantes, alors les deux angles opposés par le sommet..........

[f] Dans la figure ci-contre,

$\overline{CD} \parallel \overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{DE} \parallel \overline{CB}$

alors x = ...°

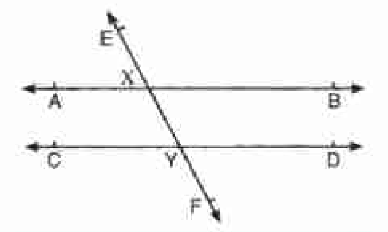




Dans la figure ci-contre, $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{EF}$ est une sécante.

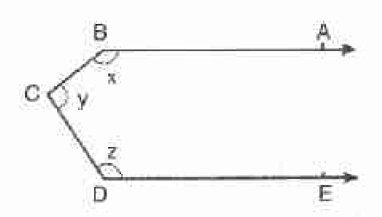
[a] Détermine les angles qui ont la même mesure que ∠ EXB .

[b] Détermine les angles qui ont la même mesure que ∠ XYC .



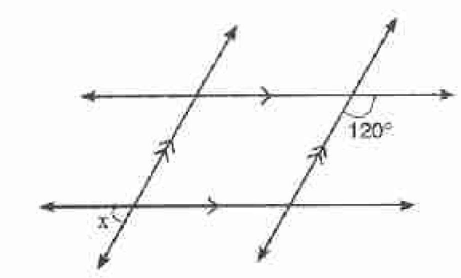
3 Dans la figure ci-contre, $\overrightarrow{BA} \parallel \overrightarrow{DE}$, trouve la valeur de $x + y + z$.

(Indication : trace une parallèle à $\overrightarrow{BA}$ passant par C).

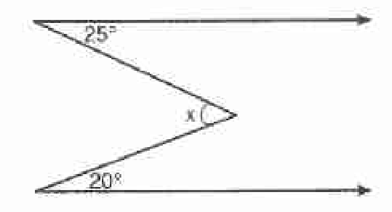


4 **Trouve la valeur de x dans chacune des figures suivantes:**

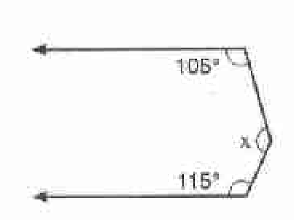
[a]



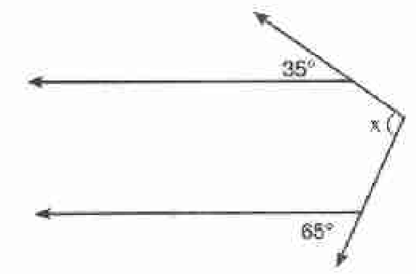
[d]



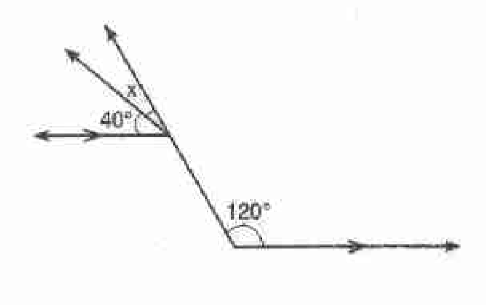
[b]



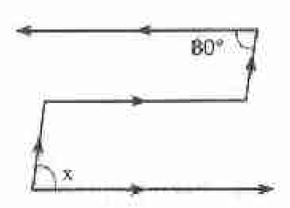
[e]



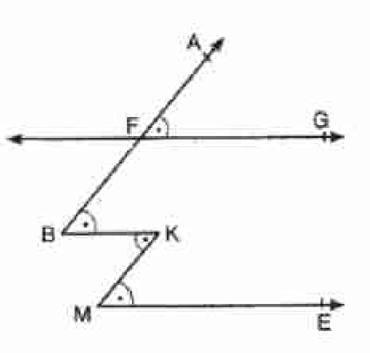
[c]



[f]

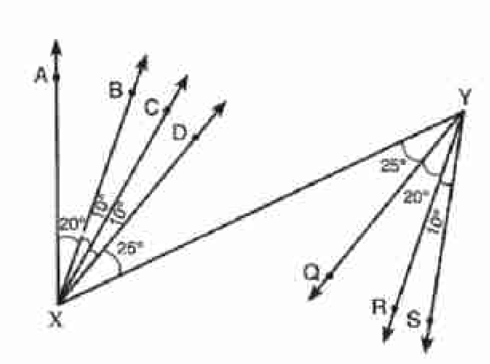


5 Dans la figure ci-contre, m(∠AFG) = m (∠B) = m (∠K) = m(∠M). Donne quatre paires de droites parallèles en justifiant la réponse.

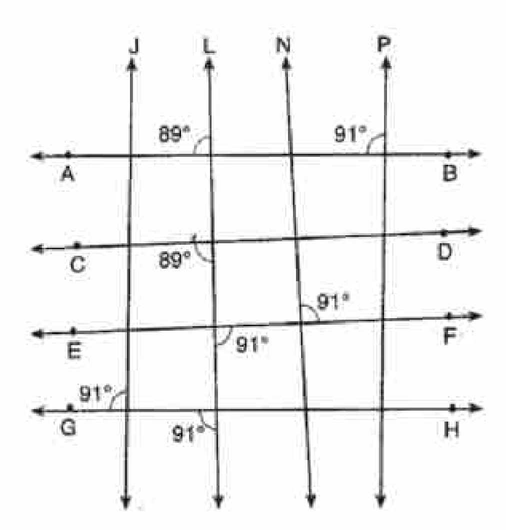


6 Dans chacune des figures suivantes, donne les paires de droites parallèles :

[a]



[b]



Leçon 5 Constructions géométriques

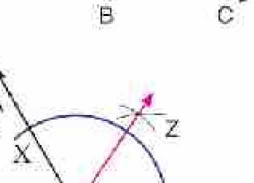
Construction au compas de la bissectrice d'un angle

Hypothèses : ABC est un angle donné

Conclusion : Construire au compas de la bissectrice de l'angle ∠ABC

Etapes de construction :

1. Trace un arc de cercle de centre B qui coupe $\overrightarrow{BA}$ en X et $\overrightarrow{BC}$ en Y.
2. Trace deux arcs de cercle de même rayon de centre X et Y qui se coupent en Z.
3. Trace $\overrightarrow{BZ}$ qui est la bissectrice de l'angle ABC



$\overrightarrow{BZ}$ est la bissectrice de ∠ ABC

Complète :

$\overrightarrow{BZ}$ est..... de ∠ABC.

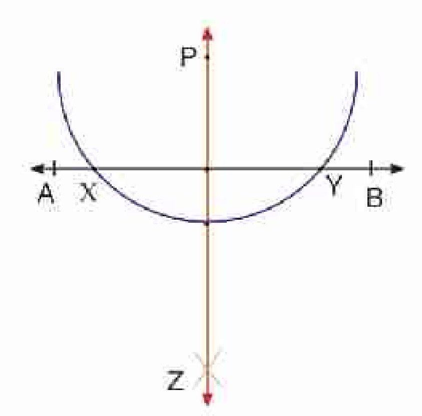
Construction au compas de la perpendiculaire à une droite d'un point à l'extérieur d'elle.

Hypothèse : $\overleftrightarrow{AB}$ est une droite donnée, C ∉ $\overleftrightarrow{AB}$

Conclusion : Construire au compas $\overleftrightarrow{PZ}$ perpendiculaire à $\overleftrightarrow{AB}$

Etapes de construction

1. Trace un arc de cercle de centre C qui coupe $\overleftrightarrow{AB}$ en X et Y.
2. Trace deux arcs de cercle de même rayon de centre X et Y qui se coupent en Z
3. Trace $\overleftrightarrow{PZ}$ qui est la perpendiculaire à $\overleftrightarrow{AB}$.



$\overleftrightarrow{PZ} \perp \overleftrightarrow{AB}$

Complète :

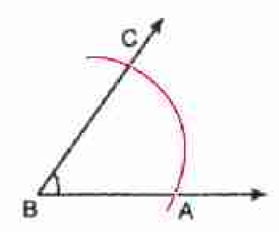
$\overleftrightarrow{PZ}$ est.... du segment $\overline{XY}$.

3 Construction un angle superposable à un autre angle donné.

Hypothèse : $\angle ABC$ est un angle donné

Conclusion : Tracé $\angle DEF \equiv \angle ABC$

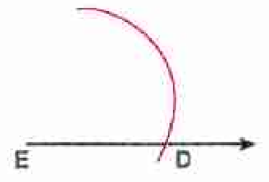
«Sans utiliser le rapporteur»



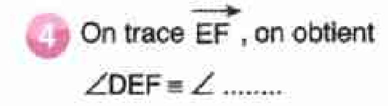
Etapes de construction

1. On trace une demi-droite d'origine E qui représente l'un de deux côtés de l'angle demandé.

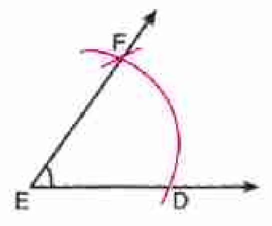
2. On trace un arc du cercle de centre B qui coupe les deux demi-droites $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$ en A et C respectivement. De même ouverture, Trace un arc de cercle de centre E qui coupe la demi-droite dessiné en D.



3. On mesure l'arc $\overset{\frown}{AC}$ par le compas, puis on trace l'arc du centre D et de même ouverture qui coupe l'autre arc en F.



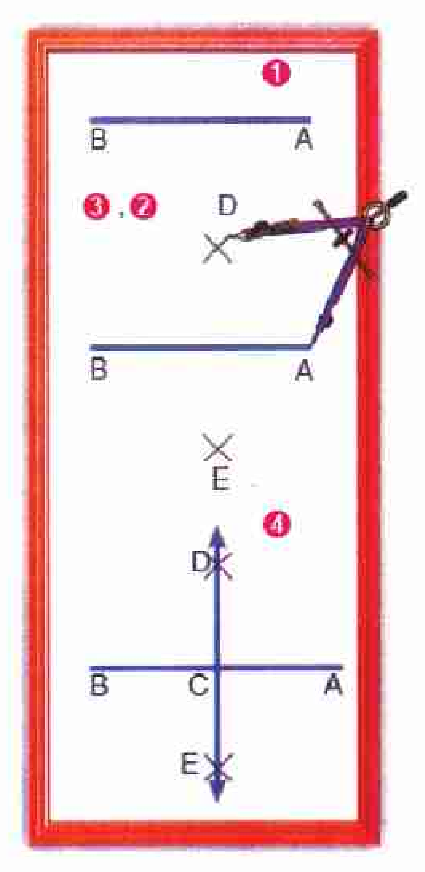
4. On trace $\overrightarrow{EF}$, on obtient $\angle DEF \equiv \angle$ ....



4 construction du milieu d'un segment

Hypothèses : Soit $\overline{AB}$ un segment donné.

Conclusion : Déterminer le milieu de $\overline{AB}$.



Etapes de la construction :

1. On trace un segment $\overline{AB}$

2. On écarte le compas d'une distance supérieure à la moitié de la longueur de $\overline{AB}$, puis on place la pointe sèche du compas au point A et on trace deux arcs de cercle, de part et d'autre de $\overline{AB}$

3. Avec le même écartement du compas, on place la pointe sèche du compas au point B et on trace deux arcs de cercle de part et d'autre de $\overline{AB}$. Les quatre arcs se coupent deux à deux aux points D et E.

4. On trace $\overleftrightarrow{DE}$ qui coupe $\overline{AB}$ au point C. Dans ce cas, C est le milieu de $\overline{AB}$.

5 Construction de la perpendiculaire à une droite passant par une point appartenant à la droite:

Hypothèses : Soit $\overleftrightarrow{AB}$ une droite donnée et $C \in \overleftrightarrow{AB}$

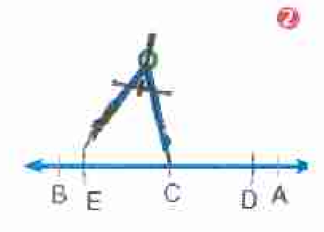
Conclusion :

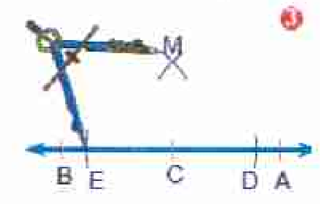
Tracer la droite perpendiculaire à $\overleftrightarrow{AB}$ passant par C.

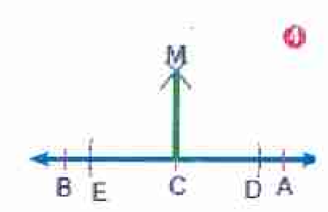
Etapes de la construction :

1. On trace une droite $\overleftrightarrow{AB}$, puis on détermine un point $C \in \overleftrightarrow{AB}$.
2. Avec un écartement convenable, on place la pointe sèche du compas au point C et on trace deux arcs de cercle, de part et d'autre du point C qui coupent $\overleftrightarrow{AB}$ en D et E.
3. Avec un écartement supérieur à l'écartement précédente, on place la pointe sèche du compas aux deux points D et E et on trace deux arcs de cercle. Les deux arcs se coupent en un point M.
4. On trace $\overline{MC}$. C'est la perpendiculaire à $\overleftrightarrow{AB}$ en C.

B C A







Pour t'entraîner

Tracer un triangle ABC acutangle quelconque. Tracer les médiatrices de ses côtés (ne pas effacer les arcs). Est-ce que les médiatrices des côtés du triangle se coupent en un seul point ?

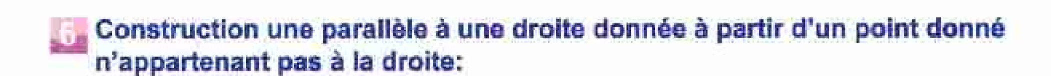
Discuter

A) Si DEF est triangle obtusangle en E, où se trouve le point d'intersection des médiatrices de ses côtés ?

B) Si XYZ est triangle rectangle en Y, où se trouve le point d'intersection des médiatrices de ses côtés ?

C) Mesurer les segments joignant le point d'intersection des trois médiatrices aux sommets du triangle dans chaque cas. Que peut-on remarquer ?

On utilise le compas pour reporter la distance entre deux points.



6 Construction une parallèle à une droite donnée à partir d'un point donné n'appartenant pas à la droite:

Hypothèses : Soit $\overleftrightarrow{AB}$ une droite donnée et $C \notin \overleftrightarrow{AB}$

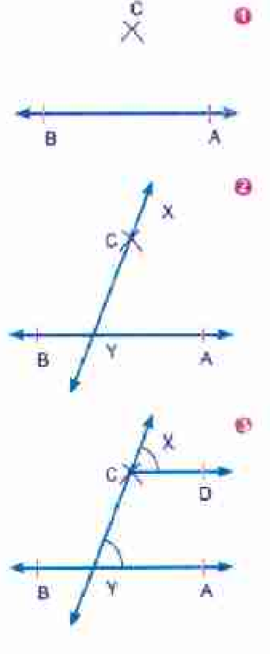
Conclusion :

Tracer une droite parallèle à $\overleftrightarrow{AB}$ passant par C.

Etapes de la construction :

1. On trace une droite $\overleftrightarrow{AB}$, puis on détermine un point $C \notin \overleftrightarrow{AB}$.
2. On trace une droite $\overleftrightarrow{XY}$ passant par C qui coupe $\overleftrightarrow{AB}$ en Y.
3. Du point C, on trace une droite $\overleftrightarrow{CD}$ de telle sorte que $\angle$ XCD soit correspondant à $\angle$ AYX et $\angle XCD \equiv \angle XYA$ comme dans l'activité n° (3).

Donc $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{AB}$

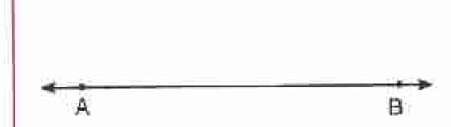


Exercices (4-5)

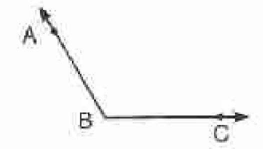
1 Utilise un compas et une règle pour tracer ce qui suit :



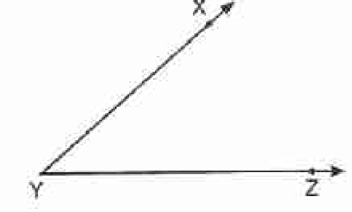
[a] une perpendiculaire menée de P à $\overleftrightarrow{AB}$



[b] la bissectrice de ∠ABC



[c] la bissectrice de ∠XYZ



[d] la médiatrice du segment $\overline{AB}$



2 [a] Trace un triangle acutangle, puis trace les bissectrices de ses angles.

[b] Trace un triangle obtusangle, puis trace les bissectrices de ses angles.

[c] Que remarques-tu pour les bissectrices des angles dans chaque cas ?

3 [a] Trace un triangle acutangle, puis trace les médiatrices des ses côtés.

[b] Est-ce que les médiatrices sont concourantes ?

[c] Répète les étapes précédentes pour un triangle obtusangle.

4 [a] Trace un triangle acutangle, puis trace ses hauteurs.

[b] Est-ce que les droites qui supportent les hauteurs sont concourantes ?

[c] Répète les étapes précédentes pour un triangle obtusangle.

5 En utilisant le compas et une règle,trace un triangle ABC tel que; AB=5 cm, BC = 6 cm ,CA = 7 cm, D ∈ $\overrightarrow{CB}$

[a] Trace∠DBE ≡ ∠A

[b]Complète : m (∠ABE) = m (∠......)

Dans les exercices suivants, utiliser les instruments géométriques pour tracer les figures et ne pas effacer les arcs de la construction dans chaque cas :

6 Tracer un segment $\overline{BC}$ de longueur convenable. A l'aide d'un compas et d'une règle non graduée, déterminer le point D, milieu de $\overline{BC}$. Du point D, tracer $\overleftrightarrow{DA}$ perpendiculaire à $\overline{BC}$, puis tracer $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$. Comparer, à l'aide du compas, les longueurs de $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$.

Que peut-on remarquer ?

7 Tracer un triangle isocèle ABC tel que AB = AC. A l'aide d'un compas, déterminer le point D, milieu de $\overline{BC}$, puis tracer $\overline{AD}$. Est-ce que $\overline{AD} \perp \overline{BC}$?

8 A l'aide d'une règle et d'un compas seulement, tracer un triangle XYZ rectangle en Y. Déterminer le point M, milieu de $\overline{XZ}$, puis tracer $\overline{YM}$.

A-t-on MX = MY = MZ ?

Répéter les mêmes étapes en dessinant d'autres triangles rectangles.

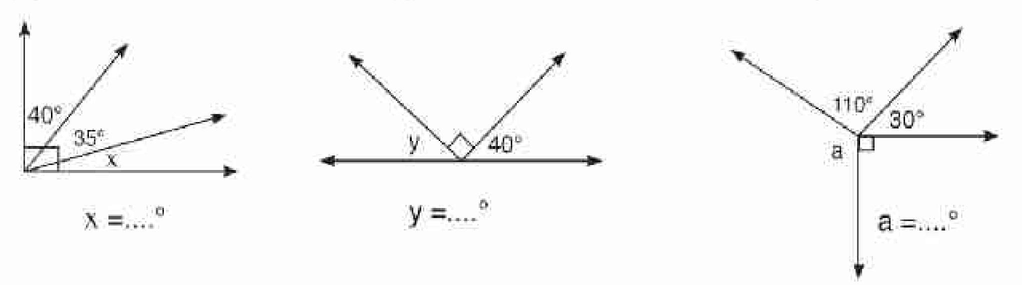
A-t-on toujours MX = MY = MZ ?

Epreuve de l'unité

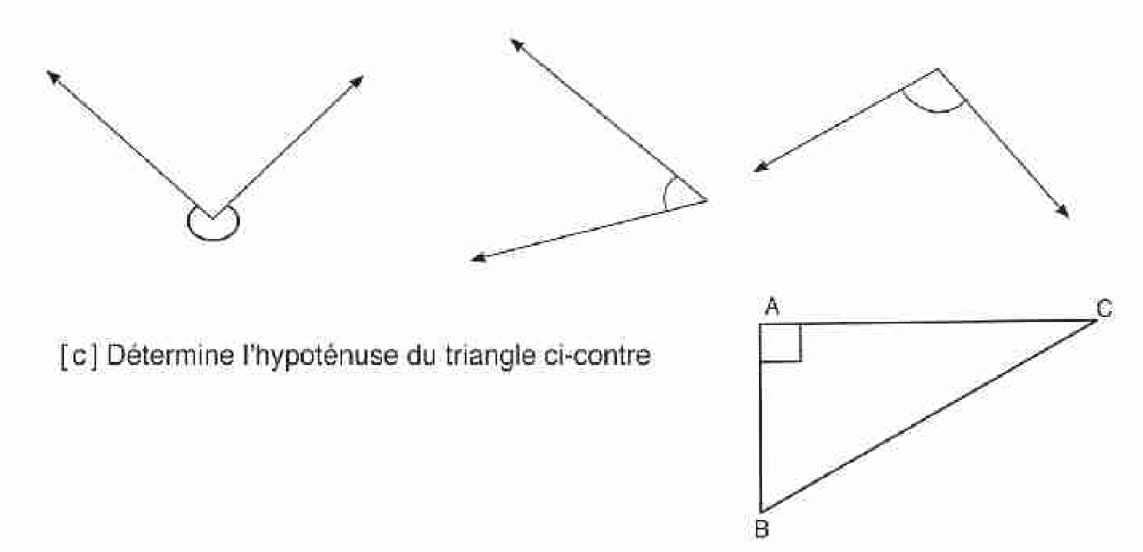
Réponds aux questions suivantes :

1 Complète :

[a] Quelle est la mesure de l'angle inconnue dans chacune des figures suivantes ?



[b] Marque sur chaque angle, la mesure la plus proche parmi les mesures suivantes : 80°, 120°, 240°.



[c] Détermine l'hypoténuse du triangle ci-contre

2 En utilisant une règle et un compas :

[a] Trace un triangle ABC dans lequel AB = AC = 7 cm, BC = 6 cm, trace les bissectrices des angles $\angle B$ et $\angle C$ qui se coupent en M (n'efface pas les arcs) Est-ce que MB = MC ?

[c] Trace un triangle ABC dans lequel AB = AC = 5 cm, BC = 6 cm, trace $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ où $\overline{AD} \cap \overline{BC} = \{D\}$ (n'efface pas les arcs) trouve la longueur de $\overline{AD}$ par la mesure.

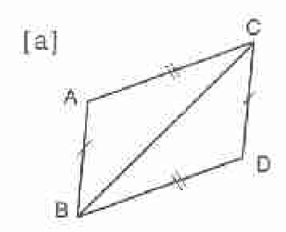
3 Tracer un triangle ABC. A l' aide d'un compas et d'une règle non graduée, déterminer les points D et E les milieux de $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$ respectivement. Tracer $\overline{DE}$.

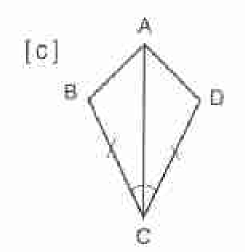
A) A l'aide d'un compas, reporter la longueur de $\overline{DE}$, puis vérifier que BC = 2 DE.

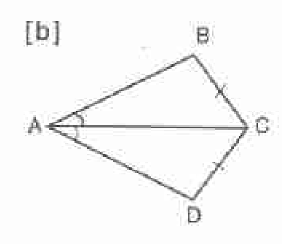
B) A-t-on $\angle$ ABC ≡ $\angle$ A D E ? A-t-on $\overline{DE}$ // $\overline{BC}$?

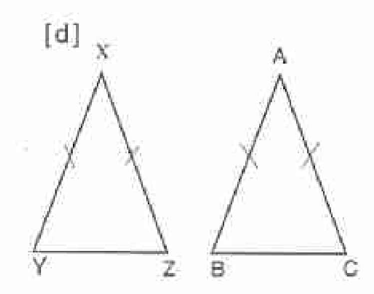
4 Tracer un triangle ABC tel que AB = 4 cm, BC = 5 cm et AC = 6 cm. Construire les médiatrices des côtés ABC. Que peut-on remarquer ?

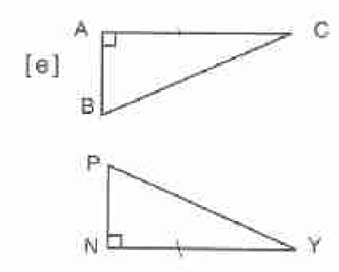
5 Dans chacune des figures suivantes, cite les triangles superposables en justifiant les réponses puis écris les conséquences de la superposition.

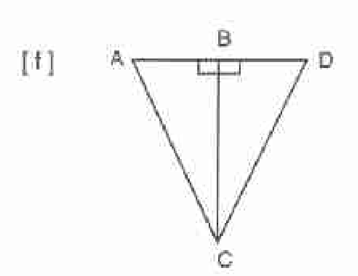






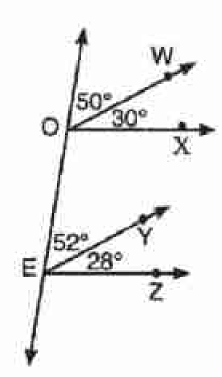




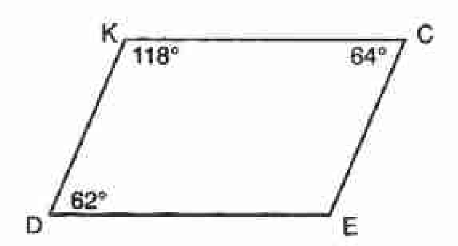


6 **Détermine les paires de droites parallèles dans chacune des figures suivantes :**

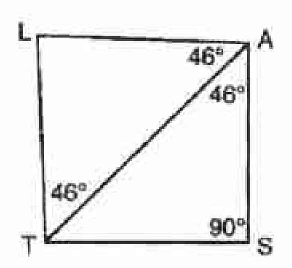
[a]



[b]



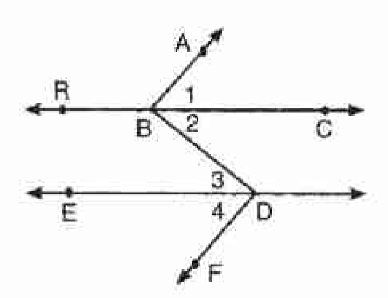
[c]



7 **Dans la figure ci-contre,**

$m(\angle 1) = m(\angle 2)$, $\overleftrightarrow{BC} \,//\, \overleftrightarrow{ED}$

Démontre que: $\overrightarrow{BA} \,//\, \overrightarrow{DF}$



Modèle (1)

Première question : Complète :

1) $2\frac{1}{5} \times$ ………………. $= 1$

2) Si le rang de la médiane d'un ensemble des valeurs est le quatorzième alors le nombre des valeurs = ………………….

3) 0,18 – 30 % = ……………………….

4) $7x^3y^2 \times$ ………………… $= 21x^3y^5$

5) $(2x - 3)(x + 5) = 2x^2 +$ …………… $- 15$

Deuxième question : Choisis la bonne réponse d'entre parenthèses :

1) Le nombre rationnel qui se trouve au tiers de la distance entre 8 et 12 à partir du plus petit nombre est ………………..

(a) $8\frac{1}{3}$ (b) 10 (c) $9\frac{1}{3}$ (d) $10\frac{2}{3}$

2) Si le mode des valeurs 7 ; 5 ; x + 4 ; 5 ; 7 est 5 alors x = …………….

(a) 1 (b) 4 (c) 5 (d) 7

3) Si △ + □ = 20 ; △ + △ + □ = 35 alors △ = …………….

(a) 15 (b) 20 (c) 5 (d) 10

4) La moyenne arithmétique des valeurs 1 ; 6 ; 4 ; 8 ; 6 est ………………..

(a) 25 (b) 5 (c) 6 (d) 8

5) Si $\frac{2}{5}x = 10$ alors $\frac{3}{5}x =$ ………………

(a) 25 (b) 15 (c) 20 (d) 5

6) 0,7 + 0,3 = ………………… (1 ; 3,7 ; 0,37 ; $1\frac{1}{3}$)

Troisième question :

A) Retranche :

$5x^2 + y^2 - 3xy + 1$ de $6x^2 - 2xy + 3y^2$

B) En utilisant la propriété de la distributivité et sans utiliser la calculatrice, effectue :

$\frac{27}{16} \times \frac{11}{7} + \frac{27}{16} \times \frac{11}{7} - \frac{27}{16} \times \frac{6}{7}$

Quatrième question :

A) Mets sous la forme la plus simple : $(2x - 3)(2x + 3) + 7$, puis détermine sa valeur numérique en $x = -1$

B) Détermine trois nombres rationnels entre $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$

Cinquième question :

A) Détermine le quotient de la division de $2x^3 + 3x^2 - 4x - 6$ par $2x + 3$

B) le tableau suivant représente les notes de Guihad aux examens de six mois scolaires

Mois	Octobre	Novembre	Décembre	Février	Mars	Avril
Note	30	35	42	37	44	50

Détermine la moyenne arithmétique des notes.

Modèle (2)

Première question : Complète :

1) $24\,x^4\,y^6 = 6\,x^2\,y^3 \times$ ....

2) La soustraction de $-3\,x$ de $2\,x$ = ...

3) 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; .... suivant la même règle

4) Si le mode de l'ensemble des valeurs 7 ; 5 ; a + 3 ; 5 ; 7 est 7 alors a = ...

5) $5\,x^2 + 15\,x\,y = 5\,x$ (.......... + ...)

Deuxième question : Choisis la bonne réponse d'entre parenthèses :

1) Le terme algébrique $6\,x^3\,y^2$ est de .... degré

(a) Troisième (b) quatrième (c) cinquième (d) sixième

2) le nombre qui se trouve au milieu de la distance entre $\frac{1}{3}$ et $\frac{5}{9}$ est ....

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $\frac{4}{9}$ (d) $\frac{5}{27}$

3) L'inverse du nombre $\left(\frac{1}{2}\right)^0$ est ....

(a) 2 (b) -2 (c) 1 (d) -1

4) Si $\frac{5}{x+2}$ est un nombre rationnel alors $x \neq$ ....

(a) -2 (b) zéro (c) 2 (d) 5

5) La médiane des valeurs 5 ; 4 ; 7 est ....

(a) 4 (b) 5 (c) 7 (d) 16

6) Si la moyenne arithmétique des valeurs 3 ; 5 ; x + 2 est 4, alors la moyenne des 5 – x et 5 + 2 x est ....

(a) 6 (b) 4 (c) 3 (d) 2

Troisième question :

A) En utilisant la propriété de la distribution, effectue : $\frac{3}{7} \times 2 + \frac{3}{7} \times 6 - \frac{3}{7}$

B) Détermine trois nombres rationnels entre $\frac{1}{2}$ *et* $\frac{1}{3}$

Quatrième question :

A) Quelle est l'augmentation de $7x + 5y + z$ à $2x + 6y + z$?

B) Détermine le quotient de la division de $14x^2y - 35xy^2 + 7xy$ par $7xy$ où $x \neq 0$ et $y \neq 0$.

Cinquième question :

A) Simplifie : $(x - 3)(x + 3) + 9$ puis trouve la valeur du résultat en $x = 5$.

B) Si la moyenne arithmétique des valeurs 8 ; 7 ; 5 ; 9 ; 4 ; 3 ; $k + 4$ est 6,

détermine la valeur de k.

Modèle (3)

Pour les élèves intégrés

Première question : Complète :

1) Le degré du terme algébrique 5 x y ....

2) (x − 3) (.......... + ...) = x^2 − 9

3) Le nombre rationnel qui n'a pas inverse est ....

4) La médiane des valeurs 3 ; 4 ; 5 est ....

5) Le nombre $\frac{4}{x}$ est rationnel si x ≠ ....

Deuxième question : Choisis la bonne réponse d'entre parenthèses :

1) Si $\frac{4}{7} \times x = \frac{4}{7}$ alors x = ...

(a) 1 (b) zéro (c) 4 (d) 7

2) la moyenne arithmétique des valeurs 2 ; 3 ; 8 ; 2 ; 5 est égale à ....

(a) 3 (b) 2 (c) 4 (d) 8

3) L'opposé du nombre − 3 est ....

(a) − 3 (b) 3 (c) $\frac{1}{3}$ (d) $-\frac{1}{3}$

4) Le reste de la soustraction de 7 x de 9 x est ....

(a) 2 x (b) 16 x (c) −2x (d) zéro

5) Le mode des valeurs 3 ; 3 ; 4 ; 4 ; 5 ; 3 est ....

(a) 4 (b) 22 (c) 5 (d) 3

Troisième question :

A) En utilisant la propriété de la distribution, complète : $\frac{5}{7} \times 8 + \frac{5}{7} \times 5 + \frac{5}{7}$

$= \frac{5}{7}$ (.......... +.......... + ...)

$= \frac{5}{7}$ (..................) = ...

B) Si $a = \frac{1}{2}$ et $b = -2$ complète :

$b \div a = (\dots\dots\dots) \div (\dots\dots\dots)$

$= (\dots\dots\dots) \times (\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots\dots$

Quatrième question : **Mets le signe (✓) devant la phrase juste et le signe (×) devant la phrase fausse.**

1) Le quotient de la division de $12x^4 + 6x$ par $6x$ est $2x^3 + 1$ ( )

2) Le plus grand facteur commun de $15x^5 + 5x$ est $5x^5$ ( )

3) Le nombre rationnel qui se trouve entre $\frac{1}{4}$ *et* $\frac{3}{4}$ est $\frac{1}{2}$ ( )

4) $5x + 3x = 8x$ ( )

5) Si $(x + 4)^2 = x^2 + k + 16$ alors $k = 4x$ ( )

Cinquième question : Relie de colonne (A) avec ce qui convient de colonne (B)

Colonne (A)
1) Si $\frac{x-7}{5} = 0$ alors x = ...
2) $3x^2 + 15y = \dots\dots (x^2 + 5y)$
3) $(3x + 5) + (4x - 5) = \dots\dots$
4) $\frac{1}{2} = \dots\dots\dots\dots$ %
5) Si $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$ alors $\frac{2a}{b} = \dots\dots\dots\dots$

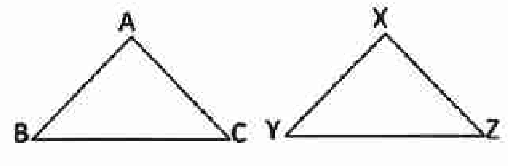
Colonne (B)
a) 3
b) 7
c) 50
d) 1
e) 7 x

Modèle (1)

Première question : Complète :

1) La droite perpendiculaire à un segment de son milieu est appelé ....

2) Dans la figure ci – contre :



Si Δ ABC ≡ Δ XYZ et m (∠A) + m(∠B) = 140°,



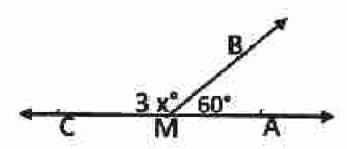
alors m(∠Z) = ... °

3) Si m(∠B) = 105°, alors m(∠B rentrant) = ...°

4) Dans la figure ci – contre :

$\overrightarrow{MB} \cap \overleftrightarrow{AC} = \{M\}$, m (∠AMB) = 60°

Alors la valeur de x = ...



5) Deux triangles rectangles sont superposables si .... ; .... sont superposables

Deuxième question : Choisis la bonne réponse d'entre parenthèses :

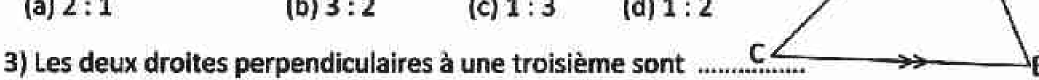
1) Si ∠ X ≡ ∠ Y , ∠ X et ∠ Y sont supplémentaires, alors m (∠X) = ... °

(a) 45 (b) 90 (c) 135 (d) 180

2) Dans la figure ci – contre :

$\overleftrightarrow{XY} \,//\, \overline{DE} \,//\, \overline{BC}$, AE = EC, alors AD : AB = ... : ....

(a) 2 : 1 (b) 3 : 2 (c) 1 : 3 (d) 1 : 2



3) Les deux droites perpendiculaires à une troisième sont ....

(a) perpendiculaires (b) sécantes (c) parallèles (d) confondues

4) La mesure de chacun de deux angles complémentaires et de même mesure = ...°

(a) 180 (b) 45 (c) 360 (d) 90

5) Si deux droites sont sécantes, alors les deux angles .... sont de même mesure.

(a) correspondants (b) alterne – interne (c) opposés par les sommets (d) adjacents

6) Si Δ ABC ≡ Δ LMN , alors m (∠ ACB) = m (∠ ....)

(a) LMN (b) MLN (c) LNM (d) NLM

Troisième question :

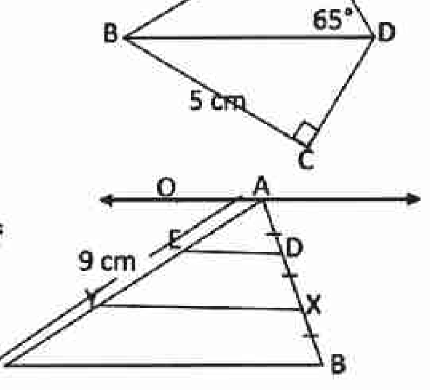
A) Dans la figure ci –contre : m (∠ADB) = 65°, m (∠BAD) = m (∠BCD) = 90°

AB = CB = 5 cm, AD = 3 cm.

Citez les conditions pour lesquelles

Δ ABD et Δ CBD soient superposables

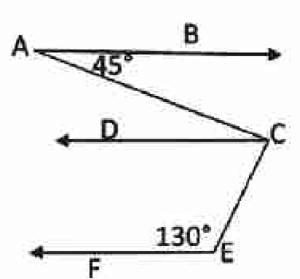
Puis détermine la longueur de $\overline{CD}$ et m (∠DBC).



B) Dans la figure ci –contre : $\overleftrightarrow{AO}$ // $\overline{DE}$ // $\overline{XY}$ // $\overline{BC}$

AD = DX = XB, AC = 9 cm.

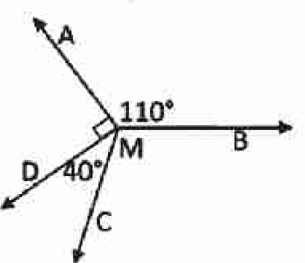
Détermine la longueur de $\overline{AY}$ avec la raison.



Quatrième question :

A) Dans la figure ci –contre : $\overrightarrow{AB}$ // $\overrightarrow{CD}$ // $\overrightarrow{EF}$

m (∠A) = 45°, m (∠E) = 130°. Détermine m (∠ACE).



B) Dans la figure ci –contre : m (∠AMB) = 110°, m (∠AMD) 90°

m (∠DMC) = 40°. Détermine m (∠BMC) avec des étapes.

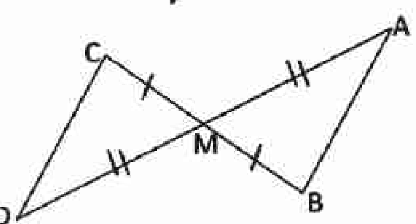
Cinquième question :

A) Dans la figure ci –contre : $\overline{AD} \cap \overline{BC} = \{M\}$

BM = MC, AM = MD.

Ecrire les conditions pour lesquelles :

ΔAMB ≡ ΔDMC



B) En utilisant les instruments géométriques : trace ∠ ABC de mesure 110°,

puis trace la demi – droite $\overrightarrow{BO}$ la bissectrice de l'angle∠ ABC

Modèle (2)

Première question : Complète :

1) La somme des mesures des angles formés autour d'un point = ...°

2) Si une droite coupe deux droites parallèles, alors chaque deux angles correspondants ....

3) Si $m(\angle A) = 110°$, alors $m(\angle A$ rentrant$)$ = ...°

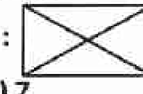
4) Deux triangles rectangles sont superposables si .... ; .... sont superposables

5) Les deux angles adjacents formés de l'intersection d'une droite et une demi – droite ....

Deuxième question : Choisis la bonne réponse d'entre parenthèses :

1) Si $\angle X$ et $\angle Y$ sont complémentaires et $\angle X \equiv \angle Y$, alors $m(\angle X)$ = ... °

(a) 45 (b) 90 (c) 180 (d) 360

2) Le nombre des triangles dans la figure :  = ...

(a) 4 (b) 6 (c) 7 (d) 8

3) Si le rapport entre les mesures de deux angles supplémentaires est 5 : 13,

alors la mesure de le plus petit est .... °

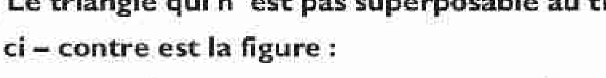
(a) 50 (b) 130 (c) 150 (d) 180

4) $\triangle ABC \equiv \triangle XYZ$ et $m(\angle A) + m(\angle B) = 100°$, alors $m(\angle Z)$ = ...°

(a) 50 (b) 80 (c) 90 (d) 100

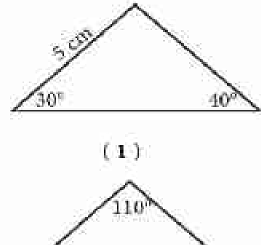
5) Les deux droites qui sont perpendiculaires à une troisième sont ....

(a) sécantes (b) perpendiculaires (c) parallèles (d) une autre situation

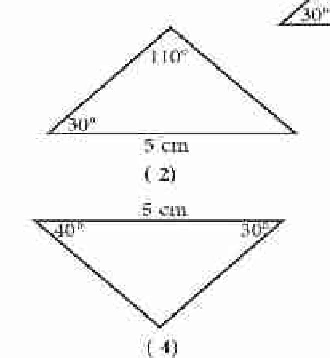


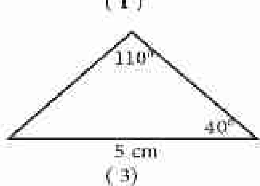
6) Le triangle qui n' est pas superposable au triangle ci – contre est la figure :

110° 30° 40° 5 cm



(1)

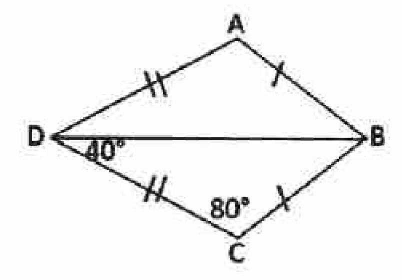




(3)

Troisième question :

A) Cite deux cas de la superposition de deux triangles.



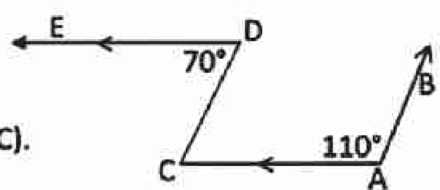
B) Dans la figure ci –contre :

AB = BC, AD = CD, m (∠C) = 80°, m (∠BDC) = 40°.

Est-ce que Δ CBD ≡ Δ ABD ? pourquoi?

puis détermine m(∠ ABD).

Quatrième question :



A) Dans la figure ci –contre : $\overrightarrow{DE} \,//\, \overrightarrow{AC}$

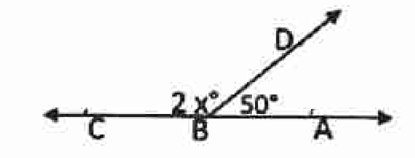
m (∠A) = 110°, m (∠D) = 70°. Détermine m (∠C).

Est-ce que $\overrightarrow{AB} \,//\, \overrightarrow{CD}$? Pourquoi ?

B) En utilisant les instruments géométriques : trace l'angle ∠ ABC où m (∠ ABC) =80°,

puis trace $\overrightarrow{BD}$ la bissectrice de cet angle. (N'efface pas les arcs)

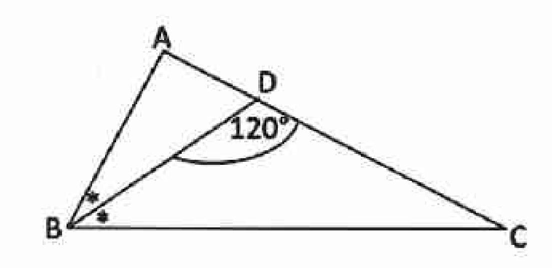
Cinquième question :



A) Dans la figure ci –contre : $\overleftrightarrow{AC} \cap \overrightarrow{BD} = \{B\}$

m (∠ ABD) =50°, m (∠ DBC) =2 x°

Détermine la valeur de x en degré.



B) Dans la figure ci –contre :

$\overrightarrow{BD}$ est une bissectrice de ∠ ABC.

m (∠DBC) =35°, m (∠BDC) =120°

Détermine m (∠A) en degrés.



Pour les élèves intégrés

Première question : Complète :

(1) Si m (∠A) = 100°, alors m (∠A rentrant) = ...

(2) L'angle de mesure 50° est un complément d'un angle de mesure ....

(3) Les deux droites qui sont parallèles à une troisième sont ....

(4) Deux triangles sont superposables s'ils ont deux côtés respectivement superposables et ......

(5) Si Δ ABC ≡ Δ XYZ, alors m (∠ Z) = m (∠.........).

Deuxième question : Choisis la bonne réponse

1) La somme des mesures des angles formés autour d'un point = ... °

(a) 630 (b) 180 (c) 90 (d) 360

2) La médiatrice d'un segment est .... au segment

(a) perpendiculaire à son milieu (b) parallèle au segment (c) égale au segment (d) confondue au segment

3) Le supplément de l'angle de 30° est .... °

(a) 60 (b) 180 (c) 150 (d) 90

4) L'angle dont mesure est supérieur à 90° et inférieur à 180°, est ....

(a) obtus (b) aigu (c) droit (d) plat

5) Si Δ ABC ≡ Δ XYZ, alors AB = ...

(a) XY (b) XZ (c) YZ (d) BC

Troisième question :

A) Mets le signe (√) devant la phrase correcte et le signe (x) devant la phrase fausse :

(1) Le triangle rectangle est superposable au triangle équilatéral. ( )

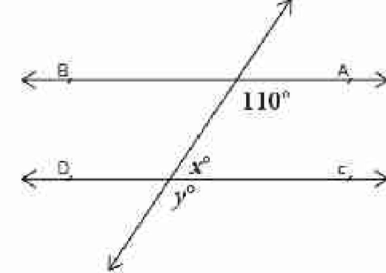
(2) Les deux angles de mesures $100°$ et $80°$ sont deux angles supplémentairs. ( )

(3) Dans la figure ci – contre :

(a) $\overleftrightarrow{AB}$ // $\overleftrightarrow{EF}$. ( )

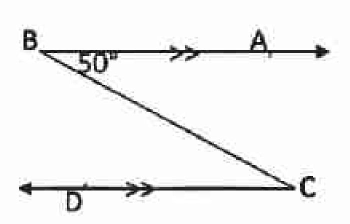
(b) $X = 70°$. ( )

(c) $y = 180°$. ( )



Quatrième question :

A) Dans la figure ci – contre : m (∠ABC) = 50°



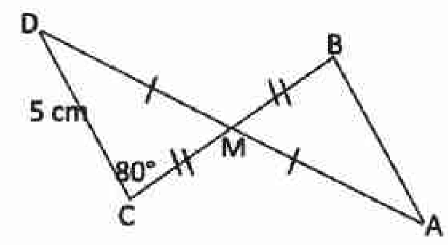
$\overrightarrow{BA}$ // $\overrightarrow{CD}$. Complète pour déterminer m (∠BCD)

$\overrightarrow{BA}$ // ....

m (∠ABC) = m (∠ ....) alterne ....

m (∠BCD) = ...

B) En utilisant la figure ci – contre, complète ce qui suit :



Δ ABM ≡ Δ ....

AB = ... cm

M (∠ B) = ...

Cinquième question :

A) Dans chacune des figures suivantes, détermine la valeur de x:

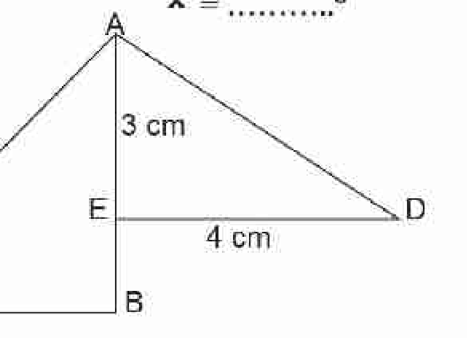
(a) x° = ...°

(b) x° = ...°

(c) x° = ...°

(d) x° = ...°

B) Dans la figure ci – contre :



Si Δ ABC ≡ Δ DEA ; AE = 3 cm ; DE = 4 cm ;

Alors BE = ...cm

المواصفات الفنية:

مقاس الكتاب:	$\frac{١}{٨}$ (٥٧ ×٨٢) سم
طبع المتن:	ألوان
طبع الغلاف:	ألوان
ورق المتن:	٨٠ جم أبيض
ورق الغلاف:	٢٠٠ جم كوشيه أبيض مستورد
عدد الصفحات:	١٢٨ صفحة + ٤ للغلاف

رقم الإيداع: ٢٠٢١/١٤٧٠٩

طبع بالهيئة العامة لشئون المطابع الأميرية
طبعة ٢٠٢٢/٢٠٢١

رئيس مجلس الإدارة

محاسب/ أشرف إمام عبد السلام

الهيئة العامة لشئون المطابع الأميرية

١٩ ٥٠٠ س ٢٠٢٠ - ٣٢٤ ,٢

http://elearning.moe.gov.eg